



Universidade Estadual de Campinas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica

## **Planejamento Integrado da Expansão de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica**

**Autora: Marina Lavorato de Oliveira**

**Orientador: Prof. Dr. Ariovaldo Verandio Garcia**

**Co-orientador: Dr. Marcos Julio Rider Flores**

Tese de Doutorado apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da UNICAMP  
como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

### **Comissão Examinadora:**

Profa. Dra. Carmen Lucia Tancredo Borges  
Prof. Dr. Antônio Padilha Feltrin  
Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Jr.  
Prof. Dr. Secundino Soares Filho

COPPE/UFRJ  
FEIS/UNESP  
FEEC/UNICAMP  
FEEC/UNICAMP

Campinas, Março de 2010.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA E ARQUITETURA - BAE - UNICAMP

OL4p Oliveira, Marina Lavorato de  
Planejamento integrado da expansão de sistemas de  
distribuição de energia elétrica / Marina Lavorato de  
Oliveira. --Campinas, SP: [s.n.], 2010.

Orientadores: Ariovaldo Verandio Garcia, Marcos  
Julio Rider Flores.

Tese de Doutorado - Universidade Estadual de  
Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de  
Computação.

1. Algoritmo Branch and Bound. 2. Sistemas de  
energia elétrica. 3. Programação não-linear. I. Garcia,  
Ariovaldo Verandio. II. Rider Flores, Marcos Julio. III.  
Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de  
Engenharia Elétrica e de Computação. IV. Título.

Título em Inglês: Integrated planning of electric distribution systems

Palavras-chave em Inglês: Branch and Bound algorithm, Power systems, Nonlinear  
programming

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Doutor em Engenharia Elétrica

Banca examinadora: Antônio Padilha Feltrin, Carmen Lucia Tancredo Borges,  
Secundino Soares Filho, Carlos Alberto de Castro Junior

Data da defesa: 26/03/2010

Programa de Pós Graduação: Engenharia Elétrica

## COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

**Candidata:** Marina Lavorato de Oliveira

**Data da Defesa:** 26 de março de 2010

**Título da Tese:** "Planejamento Integrado da Expansão de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica"

Prof. Dr. Ariovaldo Verândio Garcia (Presidente): \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Antonio Padilha Feltrin: \_\_\_\_\_

Profa. Dra. Carmen Lucia Tancredo Borges: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Secundino Soares Filho: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Carlos Alberto de Castro Júnior: \_\_\_\_\_

# Resumo

Neste trabalho o problema de Planejamento Integrado do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica (PISD), é modelado como um problema de Programação Não Linear Inteiro (binário) Misto. Para resolver este problema foram implementadas duas técnicas de solução.

Primeiramente foi implementado um Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) especializado, que a cada passo, adiciona um circuito, uma subestação, um banco de capacitores ou um regulador de tensão no sistema de distribuição de acordo com um índice de sensibilidade. Este índice de sensibilidade é obtido resolvendo o problema de PISD considerando as variáveis binárias de decisão do problema como variáveis contínuas (o problema de PISD relaxado). O PISD tem como objetivo minimizar os custos de operação e construção dos circuitos, subestações, bancos de capacitores e reguladores de tensão sujeito a restrições de balanço de potência, magnitude de tensão, máxima capacidade dos circuitos e das subestações, controle de taps, e de radialidade. Uma fase de melhoria local, com o objetivo de melhorar a solução inicial do AHC, e uma técnica de ramificação, para evitar casos de infactibilidade na operação do sistema de distribuição também foram implementados.

Em uma segunda etapa foi implementado um algoritmo *Branch-and-Bound* (B&B) não linear para resolver o problema de PISD. O algoritmo de B&B não linear deve contemplar técnicas eficientes de escolha das variáveis de separação dos subproblemas e da ordem de escolha da resolução dos subproblemas da árvore de B&B. Além disso, devem ser redefinidos os chamados testes de sondagem no algoritmo B&B. A cada nó da árvore de B&B é resolvido um problema de Programação Não Linear (PNL) (o problema de PISD relaxado).

O problema de PISD relaxado é um problema de PNL complexo e de grande porte e foi resolvido usando o *solver* comercial KNITRO. O AHC e o B&B foram escritos na linguagem de modelagem matemática AMPL.

**Palavras-chave:** Planejamento de sistemas de distribuição; Problemas de programação não-linear inteiro misto; Algoritmo heurístico construtivo; Algoritmo *Branch and Bound*.

# Abstract

In this work the Distribution System Integrated Planning (DSIP) problem is modeled as a mixed integer (binary) nonlinear program problem. Two techniques were investigated to solve this problem.

First, a specialized Constructive Heuristic Algorithm (CHA) was implemented. A sensitivity index is used in each step of the CHA to add a circuit, a substation, a capacitor bank or a voltage regulator to the distribution system. This sensitivity index is obtained by solving the DSIP problem considering the numbers of circuits and substations to be added as continuous variables (the DSIP relaxed problem). The objective of the DSIP is to minimize the operation costs and the construction costs of circuits, substations, capacitors and voltage regulators, which are subjected to constraints of power balance, voltage magnitude, maximum circuit and substation capacities, taps control and radiality constraint. In addition, a local improvement phase to improve the initial solution of the CHA and a branching technique to avoid the infeasibility cases in the distribution system operation were included.

In a second step, a nonlinear Branch-and-Bound algorithm (B&B) to solve a DSIP problem was implemented. The nonlinear B&B algorithm must include efficient techniques to choose the separation variables of the subproblems and to choose the order of the solution of the B&B tree subproblems. Moreover, the so-called fathoming tests of the B&B algorithm must be redefined. At each node of the B&B tree, a Nonlinear Programming (NLP) problem (the DSIP relaxed problem) is solved.

The DSIP relaxed problem is a large and complex NLP, which was solved using the KNITRO (a commercial solver for nonlinear optimization). The CHA and the B&B were written in AMPL (a mathematical programming language).

**Keywords:** Distribution system planning; Mixed integer nonlinear programming problems; Constructive heuristic algorithm; Branch and Bound algorithm.

*A Deus*  
*Aos meus pais Edson e Dalci*  
*À minha tia Odete*  
*Ao Marcos*

# Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus pela oportunidade da reencarnação para realização deste trabalho e aos amigos espirituais que me guiaram até aqui.

Aos meus pais Edson e Dalci, por me darem a oportunidade de chegar até aqui e pelos valores morais que me ajudaram a seguir o caminho correto. À minha tia Odete, pelo exemplo e pelo amor incondicional, se ela estivesse entre nós encarnados, com certeza seria minha maior torcedora como sempre foi.

Ao Prof. Ariovaldo Verandio Garcia, pela orientação exemplar e pela oportunidade de poder realizar este trabalho.

Ao Marcos, não só pela co-orientação e a generosa transmissão de conhecimentos, mas também pelo incentivo e força em todos os momentos.

Ao Prof. Rubén Augusto Romero Lázaro agradeço pelo ajuda e pelo incentivo para continuar.

Ao Prof. Francisco Javier Heredia Cervera, da Universidad Politécnica da Catalúnia, Barcelona - España, pela oportunidade do doutorado sanduíche.

Ao Prof. Vander Menengoy da Costa por me incentivar a iniciar o doutorado.

A todos os professores e colegas do Departamento de Sistemas de Energia Elétrica (DSEE).

À Noêmia por toda ajuda prestada durante o período do doutorado.

À Mari pela amizade. Aos amigos da FEAK, que sempre estiveram vibrando por mim.

As minhas irmãs, Maria Laura, Angélica e Carolina e ao meu irmão Marco Antônio, pelo carinho em todas as horas. Aos meus cunhados Manoel e Vanessa pelo incentivo constante. Aos meu queridos sobrinhos que tornam minha vida mais feliz. A todos os meus familiares que de alguma forma participaram dessa jornada.

À Dra. Iara Denis e ao Eng. Gilberto Martins, da ELEKTRO, pelo esclarecimento de dúvidas e a troca de informações.

Ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro no doutorado e no doutorado sanduíche no exterior.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>Glossário</b>	<b>xvii</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xix</b>
<b>Trabalhos Publicados Pela Autora</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Estrutura do Trabalho . . . . .	6
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>9</b>
2.1 Planejamento dos Sistemas de Distribuição . . . . .	9
2.1.1 Modelo Matemático . . . . .	10
2.1.2 Metodologias . . . . .	12
2.2 Alocação Ótima de Capacitores . . . . .	14
2.3 Alocação Ótima de Reguladores de Tensão . . . . .	16
2.4 Comentários Finais . . . . .	17
<b>3 Planejamento Integrado de Sistemas de Distribuição</b>	<b>19</b>
3.1 Modelo Matemático . . . . .	20
3.2 Bancos de Capacitores Fixos . . . . .	23
3.3 Reguladores de Tensão . . . . .	23
3.3.1 Modelo 1 . . . . .	24
3.3.2 Modelo 2 . . . . .	25
3.4 Restrição de Radialidade . . . . .	26
3.4.1 Revisão Bibliográfica . . . . .	26
3.4.2 Prova e Análise . . . . .	29
<b>4 Algoritmo Heurístico Construtivo</b>	<b>31</b>
4.1 Formulação . . . . .	31
4.2 Fluxograma . . . . .	34
4.3 Fase de Melhoria Local . . . . .	36



4.4	Exemplo Numérico . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Algoritmo <i>Branch and Bound</i> Não Linear</b>	<b>45</b>
5.1	Introdução . . . . .	45
5.2	O Problema de Programação Não Linear . . . . .	50
5.3	Escolha do Subproblema e da Variável de Separação . . . . .	52
5.4	Critério de Sondagem . . . . .	52
5.5	Fluxograma . . . . .	54
5.6	Exemplo Numérico . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>59</b>
6.1	Planejamento de Circuitos e Subestações . . . . .	60
6.1.1	Sistema de Distribuição de 23 barras . . . . .	60
6.1.2	Sistema de Distribuição de 54 barras . . . . .	66
6.1.3	Construção de Novos Circuitos para a Transferência de Cargas . . . . .	66
6.1.4	Caso Particular - Minimização das Perdas de Potência Ativa . . . . .	72
6.2	Alocação Ótima de Capacitores . . . . .	75
6.2.1	Sistema de Distribuição de 70 barras . . . . .	75
6.2.2	Sistema de Distribuição de 202 barras . . . . .	76
6.2.3	Sistema de Distribuição de 400 barras . . . . .	76
6.3	Alocação ótima de Reguladores de Tensão . . . . .	78
6.3.1	Sistema de Distribuição de 70 barras . . . . .	78
6.3.2	Sistema de Distribuição de 202 barras . . . . .	78
6.3.3	Sistema de Distribuição de 400 barras . . . . .	81
6.4	Planejamento Integrado . . . . .	82
6.4.1	Sistema de Distribuição de 54 barras Adaptado . . . . .	82
6.4.2	Sistema de Distribuição de 136 barras Adaptado . . . . .	86
6.4.3	Sistema de Distribuição de 136 barras . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>91</b>
7.1	Trabalhos Futuros . . . . .	93
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>94</b>
<b>A</b>	<b>Dados dos Sistemas de Distribuição Testadas</b>	<b>107</b>
A.1	Sistema de distribuição de 23 barras . . . . .	107
A.2	Sistema de distribuição de 33 barras . . . . .	109
A.3	Sistema de distribuição de 54 barras . . . . .	111
A.4	Sistema de distribuição de 70 barras . . . . .	113
A.5	Sistema de distribuição de 84 barras . . . . .	115
A.6	Sistema de distribuição de 119 barras . . . . .	117
A.7	Sistema de distribuição de 136 barras - 1 SE . . . . .	121
A.8	Sistema de distribuição de 136 barras - 2 SE . . . . .	125
A.9	Sistema de distribuição de 202 barras . . . . .	129
A.10	Sistema de distribuição de 400 barras . . . . .	133

<b>B</b>	<b>Pesquisas Correlatas</b>	<b>143</b>
B.1	Estimação de Estados de Sistemas de Potência Baseado em Equações de Corrente . .	144
B.1.1	Introdução . . . . .	144
B.1.2	Fluxo de Carga Usando Equações de Corrente . . . . .	145
B.1.3	Estimação de Estado Usando Equações de Corrente . . . . .	146
B.1.4	Método Proposto . . . . .	148
B.1.5	Testes e Resultados . . . . .	150
B.1.6	Sistema IEEE 14 barras . . . . .	150
B.1.7	Sistema IEEE 30 barras . . . . .	151
B.1.8	Sistema IEEE 300 barras . . . . .	152
B.2	Método de Pontos Interiores . . . . .	154
B.2.1	O Problema Original . . . . .	154
B.2.2	O Método de Pontos Interiores Primal-Dual . . . . .	156
B.3	O Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo . . . . .	161
B.3.1	FPOR Utilizando Formulação de Potência com Tensões em Coordenadas Retangulares . . . . .	163
B.3.2	Formulação de Injeção de Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares para um Problema de Fluxo de Potência . . . . .	164
B.3.3	FPOR Utilizando Formulação de Injeção de Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares . . . . .	166
B.3.4	Estrutura da Matriz Hessiana ( $\mathbf{W}$ ) para as Formulações de Potência e Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares . . . . .	167
B.4	Comparação de Programas de Otimização Não-Lineares para Resolver o problema de FPOR . . . . .	170
B.4.1	Programas de Otimização Não-Linear . . . . .	171
B.4.2	Perfil de Desempenho . . . . .	174
B.4.3	Provas e Resultados . . . . .	175
B.5	Comparação Computacional entre as formulações do FPOR Utilizando Equações de Potência e Injeção de Corrente . . . . .	180
B.6	Método de Pontos Interiores com Técnicas de Região de Garantia . . . . .	186
B.6.1	Formulação do Problema . . . . .	186
B.6.2	Função de Mérito . . . . .	188
B.6.3	Critério de Convergência . . . . .	189
B.6.4	Transição Entre o Método de Pontos Interiores e de Região de Garantia . . .	191
B.6.5	Algoritmo Geral . . . . .	191
B.6.6	Método de Região de Garantia . . . . .	192
B.6.7	Função de Mérito para a Região de Garantia . . . . .	193
B.6.8	Algoritmo para o Método de Região de Garantia . . . . .	195
B.6.9	Testes e Resultados . . . . .	196

# Lista de Figuras

3.1	Modelo 1 do regulador de tensão . . . . .	25
3.2	Modelo 2 do regulador de tensão . . . . .	25
4.1	Fluxograma do Algoritmo Heurístico Construtivo . . . . .	35
4.2	Exemplo Ilustrativo . . . . .	36
4.3	Fluxograma da Fase de Melhoria Local . . . . .	37
4.4	Iterações do AHC para o exemplo ilustrativo . . . . .	43
4.5	Árvore do AHC para o exemplo ilustrativo . . . . .	44
5.1	Árvore de B&B para problema genérico . . . . .	48
5.2	Espaço de busca de um problema não-convexo . . . . .	54
5.3	Fluxograma do Algoritmo <i>Branch and Bound</i> . . . . .	56
5.4	Árvore do Algoritmo <i>Branch and Bound</i> para o exemplo ilustrativo . . . . .	57
6.1	Sistema de 23 barras - Rotas factíveis propostas . . . . .	60
6.2	Sistema de 23 barras - Resultado do Teste 1 . . . . .	61
6.3	Sistema de 23 barras - Árvore do AHC para o Teste 2 . . . . .	64
6.4	Sistema de 23 barras - Resultado do Teste 2 . . . . .	65
6.5	Sistema de 54 barras - Circuitos existentes e rotas factíveis propostas . . . . .	67
6.6	Sistema de 54 barras - Resultado . . . . .	67
6.7	Sistema de 136 barras 2SE - Circuitos existentes e rotas factíveis propostas . . . . .	69
6.8	Sistema de 136 barras 2SE - Resultado AHC . . . . .	70
6.9	Sistema de 136 barras 2SE - Resultado B&B . . . . .	71
6.10	Caso Particular - Sistema de 33 barras - Valor da incumbente versus $\epsilon$ . . . . .	73
6.11	Caso Particular - Sistema de 84 barras - Valor da incumbente versus $\epsilon$ . . . . .	74
6.12	Sistema de 54 barras - Resultado Teste 1 PISD . . . . .	84
6.13	Sistema de 54 barras - Resultado Teste 2 PISD . . . . .	86
B.1	Sistema IEEE 14 barras. . . . .	150
B.2	Estrutura da matriz $A(y, \lambda)$ do método de Newton - Eq. (B.23) para o sistema IEEE 30 barras. . . . .	153
B.3	Estrutura da matriz $A(y, \lambda)$ do método de Newton - Eq. (B.23) para o sistema IEEE 300 barras. . . . .	154
B.4	Sistema Ilustrativo . . . . .	167
B.5	Matriz $\mathbf{W}$ do problema (B.42) para o sistema ilustrativo da Figura B.4 . . . . .	168

B.6	Matriz $\mathbf{W}$ do problema (B.62) para o sistema ilustrativo da Figura B.4 . . . . .	169
B.7	Perfil de Desempenho para o Numero de Iterações . . . . .	177
B.8	Perfil de Desempenho para o Tempo de Avaliação de Funções . . . . .	178
B.9	Perfil de Desempenho para o Tempo Total de Processamento . . . . .	179
B.10	Tempo computacional total gasto para cada contingência . . . . .	184
B.11	Tempo de avaliação das funções do problema para cada contingência . . . . .	185
B.12	Trajetória de Convergência da Função Objetivo . . . . .	198
B.13	Trajetória de Convergência . . . . .	199

# Lista de Tabelas

4.1	Dados do sistema ilustrativo . . . . .	39
4.2	Resultado do primeiro PNL resolvido . . . . .	39
4.3	Resultado do segundo PNL resolvido . . . . .	40
4.4	Resultado do oitavo PNL resolvido . . . . .	41
4.5	Custos de Perdas de Energia Elétrica e Construção de Circuitos . . . . .	42
4.6	Resultado do PNL . . . . .	42
6.1	Sistema de 23 barras - Processo Iterativo do AHC para o Teste 1 . . . . .	62
6.2	Sistema de 23 barras - Resumo dos resultados para o Teste 1 (US\$) . . . . .	63
6.3	Sistema de 23 barras - Resumo dos resultados para o Teste 2 (US\$) . . . . .	65
6.4	Sistema de 54 barras - Resumo dos resultados (US\$) . . . . .	66
6.5	Sistema de 136 barras 2SE - Resumo dos resultados (kUS\$) . . . . .	69
6.6	Caso Particular - Dados dos sistemas testes . . . . .	72
6.7	Caso Particular - Resumo dos resultados (kW) . . . . .	72
6.8	Caso Particular - Resumo do algoritmo B&B . . . . .	72
6.9	Caso Particular - Resumo do AHC . . . . .	73
6.10	Sistema 70 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores . . . . .	75
6.11	Sistema 70 barras - Alocação de Capacitores . . . . .	76
6.12	Sistema 202 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores . . . . .	77
6.13	Sistema 202 barras - Alocação de Capacitores . . . . .	77
6.14	Sistema 400 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores . . . . .	78
6.15	Sistema 400 barras - Alocação de Capacitores . . . . .	78
6.16	Sistema 70 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de RTs . . . . .	79
6.17	Sistema 70 barras - alocação de RTs - B&B . . . . .	79
6.18	Sistema 70 barras - alocação de RTs - AHC . . . . .	79
6.19	Sistema 202 barras - Resumo dos resultados com RTs . . . . .	80
6.20	Sistema 202 barras - alocação de RTs - B&B . . . . .	80
6.21	Sistema 202 barras - alocação de RTs - AHC . . . . .	80
6.22	Sistema 400 barras - resumo dos resultados com RTs . . . . .	81
6.23	Sistema 400 barras - alocação de RTs - B&B . . . . .	81
6.24	Sistema 400 barras - alocação de RTs - AHC . . . . .	82
6.25	Sistema 54 barras adaptado - Capacidade e custos das subestações . . . . .	83
6.26	Sistema 54 barras adaptado - Resumo dos resultados circuitos e subestações . . . . .	84
6.27	Sistema 54 barras adaptado - Resumo dos resultados circuitos e subestações . . . . .	85

6.28	Sistema 54 barras adaptado - Resumo dos resultados circuitos e subestações . . . . .	87
6.29	Sistema 136 barras adaptado - alocação de RTs . . . . .	88
6.30	Sistema 136 barras - resumo dos resultados modelo completo . . . . .	89
6.31	Sistema 136 barras - alocação ótima de bancos de capacitores . . . . .	89
B.1	Valores residuais absolutos - Sistemas IEEE 14 barras. . . . .	151
B.2	Processo iterativo - Sistemas IEEE 14 barras - Test 1. . . . .	152
B.3	Processo iterativo - Sistemas IEEE 14 barras - Test 2. . . . .	152
B.4	Processo iterativo - Sistema IEEE 30 barras. . . . .	152
B.5	Processo iterativo - Sistemas IEEE 300 barras. . . . .	153
B.6	Características dos Sistemas Testados . . . . .	176
B.7	Resumo das Características de Otimização . . . . .	181
B.8	Tempo total e de avaliação das funções do problema para o caso base . . . . .	182
B.9	Tempo computacional total gasto pela análise das contingências . . . . .	183
B.10	Resumo das Características de Otimização . . . . .	197

# Glossário

AHC - Algoritmo Heurístico Construtivo

B&B - Branch-and-Bound

FML - Fase de Melhoria Local

ISC - Índice de Sensibilidade para Circuitos

ISR - Índice de Sensibilidade de Reativos

ISS - Índice de Sensibilidade para Subestações

NTBC - Número Total de Bancos de Capacitores

NTC - Número Total de Circuitos

NTS - Número Total de Subestações

PISD - Planejamento Integrado do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

PL - Programação Linear

PLIM - Programação Linear Inteiro Misto

PNL - Programação Não-Linear

PNLIM - Programação Não-Linear Inteiro Misto

PSD - Planejamento dos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica

RSD - Reconfiguração do Sistema de Distribuição

RT - Regulador de Tensão

SE - Subestações

# Lista de Símbolos

$B_{sh_u}$	- Admitância capacitiva dos capacitores do tipo $u$
$q_{i,u}^+$	- Banco de capacitores do tipo $u$ adicionado à barra $i$ durante o processo iterativo do AHC
$q_{i,u}^0$	- Banco de capacitores do tipo $u$ existente na barra $i$
$q_{i,u}$	- Banco de capacitores do tipo $u$ que pode ser adicionado à barra $i$
$n_{ij,a}^+$	- Circuito do tipo $a$ adicionado ao ramo $ij$ durante o processo iterativo do AHC
$n_{ij,a}^0$	- Circuito do tipo $a$ existente no ramo $ij$
$n_{ij,a}$	- Circuito do tipo $a$ que pode ser adicionado ao ramo $ij$
$l_{ij}$	- Comprimento do circuito do ramo $ij$
$\Omega_{b_s}$	- Conjunto de barras com subestações (existentes e propostas, $\Omega_{b_s} \subset \Omega_b$ )
$\Omega_{b_i}$	- Conjunto de barras conectadas às barras $i$ ( $\Omega_{b_i} \subset \Omega_b$ )
$\Omega_f$	- Conjunto de direções de fluxo de potência aparente ( $\Omega_f = \{ij / i \in \Omega_b \text{ and } j \in \Omega_{b_i}\}$ )
$\Omega_d$	- Conjunto de níveis de demanda
$\Omega_b$	- Conjunto de barras do sistema
$\Omega_k$	- Conjunto de nós da árvore B&B
$\Omega_l$	- Conjunto de ramos (existentes e propostos)
$\Omega_r$	- Conjunto de reguladores de tensão
$\Omega_u$	- Conjunto de tipos de capacitores
$\Omega_a$	- Conjunto de tipos de circuitos
$g_{ij,a}$	- Condutância do circuito $ij$ do tipo $a$
$cc_{i,d}$	- Corte de carga na barra $i$ na demanda $d$
$cq_i$	- Corte de fontes de potência reativa na barra $i$
$c_{f_i}$	- Custo de construção de subestação na barra $i$
$c_{ij,a}$	- Custo de construção do circuito $ij$ do tipo $a$
$c_{qu}$	- Custo de instalação de capacitores do tipo $u$
$c_{rij}$	- Custo de instalação do regulador de tensão
$c_{v_{i,d}}$	- Custo de operação da subestação da barra $i$ na demanda $d$
$cl_d$	- Custo de unidade de energia na demanda $d$
$v$	- Custo total de investimento e operação
$\Delta V_{min}$	- Desvio mínimo de tensão
$\Delta V_{max}$	- Desvio máximo de tensão
$\theta_{ij,d}$	- Diferença angular entre as barras $i$ e $j$ para diferentes níveis de demanda
$G_{ij}$	- Elemento da matriz de condutância nodal
$B_{ij}$	- Elemento da matriz de susceptância nodal



$\delta_p$	- Fator de penalidade de $cc_{i,d}$
$\delta_q$	- Fator de penalidade de $cq_i$
$\phi_s$	- Fator de perdas das subestações
$\phi_l$	- Fator de perdas dos circuitos
$S_{ij,a,d}$	- Fluxo de potência aparente do tipo $a$ que sai da barra $i$ em direção à barra $j$ para diferentes níveis de demanda ( $S_{ij,a,d} = \sqrt{P_{ij,a,d}^2 + Q_{ij,a,d}^2}$ )
$P_{ij,a,d}$	- Fluxo de potência ativa do tipo $a$ que sai da barra $i$ em direção à barra $j$ para diferentes níveis de demanda
$Q_{ij,a,d}$	- Fluxo de potência reativa do tipo $a$ que sai da barra $i$ em direção à barra $j$ para diferentes níveis de demanda
$\Delta t_{ij}$	- Limites de variação dos taps
$\bar{S}_{ij,a}$	- Limite máximo de fluxo de potência aparente no ramo $ij$ do tipo $a$
$\bar{S}_i^0$	- Limite máximo de potência aparente em uma subestação existente na barra $i$
$\bar{S}_i$	- Limite máximo de potência aparente para a construção ou recapacitação de uma subestação na barra $i$
$V_{i,d}$	- Magnitude de tensão da barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$d$	- Níveis de demanda
$n_b$	- Número de barras ( $n_b =  \Omega_b $ )
$n_{b_s}$	- Número de barras com subestações ( $n_{b_s} =  \Omega_{b_s} $ )
$n_{b_r}$	- Número de barras de passagem criadas para modelar o RT
$\alpha_d$	- Número de horas por ano do nível de demanda $d$
$\overline{nq}$	- Número máximo de capacitores que podem ser instalados no sistema
$\overline{nr}$	- Número máximo de reguladores de tensão que podem ser instalados no sistema
$\hat{n}_{ij,a}$	- Número total de circuitos no ramo $ij$ do tipo $a$
$P_{i,d}$	- Potência ativa calculada na barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$P_{D_{i,d}}$	- Potência ativa demandada pela barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$P_{S_{i,d}}$	- Potência ativa fornecida pela subestação da barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$Q_{i,d}$	- Potência reativa calculada na barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$Q_{D_{i,d}}$	- Potência reativa demandada pela barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$Q_{S_{i,d}}$	- Potência reativa fornecida pela subestação da barra $i$ para diferentes níveis de demanda
$r_{ij}^+$	- Regulador de tensão adicionado ao ramo $ij$ durante o processo iterativo do AHC
$r_{ij}^0$	- Regulador de tensão existente no ramo $ij$
$r_{ij}$	- Regulador de tensão que pode ser adicionado ao ramo $ij$
$m_i^+$	- Subestação adicionada à barra $i$ durante o processo iterativo do AHC
$m_i$	- Subestação que pode ser adicionada na barra $i$
$b_{ij,a}$	- Susceptância do circuito $ij$ do tipo $a$
$t_{ij,d}$	- Tap do regulador de tensão no ramo $ij$ para diferentes níveis de demanda
$\tau_s$	- Taxa de juros para a energia fornecida pela subestação
$\tau_l$	- Taxa de juros para as perdas de potência ativa
$\kappa_s$	- Taxa de recuperação de capital da construção ou recapacitação de subestações

---

$\kappa_l$	-	Taxa de recuperação de capital da construção ou recondutoramento de circuitos
$\kappa_q$	-	Taxa de recuperação de capital da instalação de bancos de capacitores
$\kappa_r$	-	Taxa de recuperação de capital da instalação de reguladores de tensão
$u$	-	Tipo de banco de capacitores
$a$	-	Tipo de condutor
$m^{+M}$	-	Vetor de ordenação dos custos das subestações adicionados
$q^{+R}$	-	Vetor de ordenação dos custos dos capacitores adicionados
$n^{+N}$	-	Vetor de ordenação dos custos dos circuitos adicionados

# Trabalhos Publicados Pela Autora

## Revistas Internacionais

1. M. Lavorato, M. J. Rider, A. V. Garcia and R. Romero. “A Constructive Heuristic Algorithm for Distribution System Planning”, aceito para publicação no *IEEE Transactions on Power Systems*, Referência: TPWRS-00415-2009, DOI: 10.1109/TPWRS.2009.2038164, 2010.

## Congressos Internacionais

1. M. Lavorato, M. J. Rider, A. V. Garcia and R. Romero. “Distribution Network Planning Using a Constructive Heuristic Algorithm”, *Proceedings of the 2009 Power Engineering Society General Meeting*, Calgary, Alberta, Canadá, v. 1. p. 1-6, July 2009.
2. M. Lavorato, M. J. Rider and A. V. Garcia. “Power System State Estimation: A New Method Based on Current Equation”, *Proceedings of the 2007 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering*, Montreal, Quebec, Canadá, October 2007.

## Encontros

1. M. Lavorato, M. J. Rider, A. V. Garcia e R. Romero. “Distribution Network Planning Using a Constructive Heuristic Algorithm”. *Anais do VIII Encontro de Pesquisadores em Sistemas de Potência (SisPot 2009)*, pp. 22-23, FEEC, UNICAMP, Abril 6-8, 2009.
2. M. Lavorato, M. J. Rider e A. V. Garcia. “Estimação de Estados de Sistemas de Potência: Um Novo Método Baseado em Equações de Corrente”. *Anais do VII Encontro de Pesquisadores em Sistemas de Potência (SisPot 2008)*, pp. 52-53, FEEC, UNICAMP, Março 17-19, 2008.
3. M. Lavorato, M. J. Rider e A. V. Garcia. “Fluxo de Potência Ótimo via Formulação de Injeção de Corrente e Método de Pontos Interiores”. *Anais do VI Encontro de Pesquisadores em Sistemas de Potência (SisPot 2007)*, pp. 60-61, FEEC, UNICAMP, Abril 2-4, 2007.

# Capítulo 1

## Introdução

O desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização e de técnicas de solução para o problema de planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica são de grande importância para as empresas distribuidoras devido ao crescimento da demanda de energia elétrica e à necessidade de atender os consumidores com qualidade de fornecimento de energia, altos índices de confiabilidade e custos competitivos. Assim, altos custos de investimentos e de operação, somados ao fato de o sistema de distribuição ser o que se conecta diretamente com os consumidores, ressaltam a importância do planejamento da expansão destes sistemas. Ferramentas computacionais desenvolvidas a partir de técnicas de otimização e heurísticas adotadas no processo de planejamento, podem acarretar ganhos substanciais nos custos de expansão e operação. Desta forma, torna-se importante para os departamentos de planejamento das empresas de distribuição o desenvolvimento dessas ferramentas computacionais para análise e planejamento, que contemplem a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica de maneira econômica, levando-se em consideração o montante dos investimentos a serem aplicados nos projetos de planejamento das redes de distribuição.

A importância do Planejamento dos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica (PSD) pode ser observada através de diferentes pontos de vista: (1) do ponto de vista técnico, a enorme extensão das redes de distribuição faz com que esta seja a parte do sistema elétrico onde são utilizadas grandes quantidades de materiais e equipamentos elétricos, e onde se verifica uma parcela importante das perdas técnicas. Além disso, é neste tipo de sistema que as quedas de tensão na rede necessitam de uma maior atenção, pois estas afetam diretamente o consumidor, e onde se necessita um número maior de pessoas para sua administração e manutenção; (2) do ponto de vista econômico, observou-se, nos últimos anos, um aumento dos custos de operação no sistema de distribuição, indicando que deve-se realizar esforços para obter uma correta utilização dos recursos que foram investidos no sistema; (3) do ponto de vista social, as redes de distribuição têm um grande impacto na sociedade devido ao fato desta ser dependente do fornecimento de energia elétrica feito pelos sistemas de distribuição

(Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006), (Díaz-Dorado e Pidre, 2004), (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2004), (Asakura et al., 2003), (Miguez et al., 2002) e (Carvalho et al., 2000).

Por exemplo, o impacto de um corte de fornecimento de energia elétrica em qualquer cidade do mundo, é consideravelmente grande. Por outro lado, a preocupação crescente com o meio ambiente, resulta em legislações mais exigentes e em maiores cobranças de caráter social, fazendo necessária a consideração de uma grande quantidade de aspectos no PSD. O planejamento é um processo de tomada de decisões, que busca identificar o melhor plano para alcançar as metas da companhia de distribuição. Essas metas incluem diferentes considerações tais como: (a) técnicas (para melhorar a qualidade do serviço, padrões de confiabilidade e flexibilidade futura), (b) econômicas ou financeiras (para minimizar os custos e maximizar os benefícios) e (c) sociais (impacto no meio ambiente e imagem pública). O objetivo clássico do planejamento das redes de distribuição consiste em determinar o conjunto de investimentos que garantem uma operação econômica e confiável da rede. Além disso, deve-se ter em conta restrições técnicas como, os limites de transporte e fornecimento de potência nas linhas e subestações, as máximas quedas de tensão permitidas nas barras da rede elétrica e a radialidade do sistema elétrico (na operação), (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006) e (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2004).

O problema de PSD pode ser genericamente estabelecido da seguinte forma: seja um sistema de distribuição de energia elétrica atendendo um número fixo de consumidores (nós de consumo). O crescimento da demanda impõe a necessidade da expansão da rede: construção de novos circuitos e/ou troca das linhas existentes por outras de maior capacidade, construção de subestações e ampliação das existentes, assim como a instalação de bancos de capacitores e reguladores de tensão. Minimizar os custos relacionados com estes investimentos e com a operação da rede, satisfazendo um conjunto de restrições operacionais, físicas e financeiras constituem o problema de planejamento (Gönen, 1986). Um dos primeiros aspectos que deve ser considerado para se fazer o planejamento ótimo de um sistema de distribuição de energia elétrica, é o de definir claramente o intervalo de tempo que este planejamento irá abranger. O problema de PSD pode ser dividido em dois períodos: planejamento de curto-prazo (de 1 a 4 anos) e planejamento de longo-prazo (de 5 a 20 anos). Basicamente pode-se distinguir dois modelos de planejamento: estático e multi-estágios (Fletcher e Strunz, 2007).

No modelo estático considera-se que o planejamento ótimo é realizado com os dados da demanda que existirá no final do período considerado no planejamento. A configuração do sistema de distribuição que será obtido com este modelo será válida dentro do período em que se conhece os parâmetros que influenciam as variáveis do problema de otimização.

Quando o planejamento é realizado a longo prazo e o horizonte de planejamento é dividido em vários estágios, os investimentos em construções, substituição e ampliação de circuitos, subestações, bancos de capacitores e reguladores de tensão são realizados nos diferentes períodos do planejamento.

Este tipo de planejamento é conhecido como planejamento multi-estágios, sendo o que representa melhor a realidade do comportamento das redes elétricas. O problema de quando devem ser construídos os componentes do sistema é analisado simultaneamente com os requisitos quantitativos de todos os estágios que compõem o horizonte de planejamento. A solução do problema torna-se um planejamento dinâmico. Uma forma aproximada de resolver o planejamento multi-estágios, é considerar o problema como vários planejamentos estáticos consecutivos, assim, cada estágio é resolvido como se fosse um único estágio. No estágio seguinte o planejamento é inicializado com o sistema que foi proposto no estágio anterior. Este método de planejamento é um planejamento consecutivo do sistema, sendo referenciado na literatura como pseudo-dinâmico. Algumas pesquisas também resolvem o problema de planejamento do sistema de distribuição de média e baixa tensão simultaneamente (Paiva et al., 2005), e também considerando geração distribuída (Haffner et al., 2008a) e (Haffner et al., 2008b).

A instalação de bancos de capacitores em sistemas de distribuição é essencial para o controle de fluxo de potência, a correção do fator de potência, o gerenciamento de perfil de tensão, e a minimização de perdas no sistema. É importante para a instalação destes equipamentos encontrar o tamanho ideal e a sua localização para que estas melhorias sejam viáveis (Mekhamer et al., 2002). Assim, o problema de alocação de banco de capacitores nos sistemas de distribuição tem como objetivo a localização, o tamanho e número de bancos de capacitores a serem instalados no sistema. Visando melhorar o perfil de tensão nos sistemas de distribuição principalmente em alimentadores extensos e/ou com cargas nas extremidades, onde ocorrem os maiores problemas de queda de tensão nestes sistemas, também se torna importante a alocação de Reguladores de Tensão (RT) (Pereira, 2009).

Quanto ao modelo matemático, o problema de PSD, considerando de forma realista as características econômicas e físicas da operação dos sistemas de distribuição de energia elétrica, é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte (Bernal-Agustín, 1998). Várias propostas para resolver o problema de PSD são apresentadas na literatura, entre estas estão as técnicas clássicas de otimização, como os algoritmos *Branch-and-Bound* (B&B) (Paiva et al., 2005). A desvantagem desse método é que depende das dimensões e dos modelos adotados para o problema sob estudo. Técnicas heurísticas como os algoritmos *Branch-Exchange* (Míguez et al., 2002). Técnicas de meta-heurísticas como Algoritmos Genéticos (Miranda et al., 1994) e (Ramirez-Rosado e Bernal-Agustín, 1998), *Simulated Annealing* (Nahman e Peric, 2008) e (Parada et al., 2004), Busca Tabu (Baykasoglu et al., 1999), Colônia de Formigas (Gómez et al., 2004) e Algoritmos Evolutivos (Mendoza et al., 2006a) e (Díaz-Dorado et al., 2002b), também aparecem na literatura como propostas para a solução do problema de PSD. A limitação deste tipo de técnica é o tempo computacional e a falta de um critério de convergência. A maioria das técnicas de metaheurísticas propostas utilizam um problema de fluxo de carga para calcular o ponto de operação do sistema de distribuição e verificar a viabilidade

de cada proposta de investimento.

Na literatura especializada aparecem diversos trabalhos sobre o problema de PSD, abordando de forma independente: a construção de circuitos e subestação (Bernal-Agustín, 1998) e (Cossi, 2008); alocação de bancos de capacitores (Gallego et al., 2001) e (Salas, 2006); e a alocação de reguladores de tensão (Mendoza et al., 2007) e (Pereira, 2009). Um modelo para o problema de PSD que considera conjuntamente a construção de circuitos e subestação, e instalação de bancos de capacitores e reguladores de tensão, não é encontrado na literatura. Este problema pode ser chamado de problema de Planejamento Integrado do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica (PISD) primária.

O PISD tem a capacidade de ser um modelo flexível e de poder se adaptar às necessidades do planejamento de cada sistema de distribuição. O planejamento conjunto de circuitos, subestações, bancos de capacitores fixos e reguladores de tensão, tem a vantagem de evitar gastos desnecessários devido ao estudo separado dos casos. Por exemplo, quando a queda de tensão e da capacidade dos circuitos existentes forem violados devido à ligação de uma nova carga, pode ser mais econômico para o sistema resolver estas violações através da instalação de bancos de capacitores e/ou reguladores de tensão ou por recondutoramento dos circuitos existentes do que pela construção de um novo circuito para conectar esta nova carga a outra barra, seja para transferi-la para outro alimentador ou até mesmo outra subestação. O modelo proposto neste trabalho considera todas estas alternativas durante o processo de otimização.

O problema de PISD primário estático é modelado neste trabalho como um problema de Programação Não-Linear Inteiro Misto (PNLIM), no qual as variáveis inteiras de decisão representam a construção (ou não) de novos circuitos (ou recondutoramento), de novas subestações (ou repotencição) e a alocação de capacitores e/ou reguladores de tensão com o objetivo de minimizar o custo de investimento total (fixos e variáveis) sujeitos a restrições técnicas e de operação do sistema de distribuição (Bernal-Agustín, 1998). O sistema de distribuição de energia elétrica apresenta características particulares de operação que são de fundamental importância para a formulação do problema de PNLIM, que são a radialidade do sistema e a não interconexão entre duas redes alimentadas por diferentes subestações.

Alguns trabalhos propõem um Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) para resolver o problema de PSD (Ponnaivaikko e Rao, 1987), (Bhowmik et al., 2000). O AHC é robusto, fácil de implementar e normalmente converge para soluções locais com um número finito de iterações (Rider, 2006). Os AHC também foram utilizados com sucesso para resolver outros problemas de otimização como a reconfiguração do sistema de distribuição (McDermott et al., 1999), o planejamento da expansão dos sistemas de transmissão (Rider et al., 2007) e a alocação de bancos de capacitores nos sistemas de distribuição de energia elétrica (Silva-Junior et al., 2008).

Neste trabalho um AHC é proposto para resolver o problema de PISD modelado como um prob-

lema de PNLIM. Em cada iteração do AHC, um problema de Programação Não-Linear (PNL) é resolvido para obter um índice de sensibilidade que é usado para adicionar um circuito, uma subestação, um banco de capacitores ou reguladores de tensão. O problema de PNL é obtido com o relaxamento da natureza binária das variáveis de decisão que são consideradas como variáveis contínuas (mas restritas). O objetivo do problema de PNL é minimizar os custos da operação (perdas ativas no sistema e operação da subestação) e de construção do sistema de distribuição (construção dos circuitos, subestações, bancos de capacitores e reguladores de tensão) em um determinado espaço de tempo previamente definido, e as restrições são a demanda atendida, os níveis de tensão exigidos, a capacidade dos circuitos e das subestações e a configuração radial do sistema. Para resolver o problema de PNL, foi utilizado um "solver" comercial, KNITRO. Uma técnica de ramificação é implementada no AHC para evitar casos de infactibilidade na operação do sistema de distribuição. Sabe-se que, quando o AHC é aplicado para resolver um problema grande e complexo, a solução obtida geralmente não é ótima, para melhorar o resultado final do AHC foi implementada uma técnica de melhoria local.

Dentre os mais recentes trabalhos que utilizam um algoritmo B&B para resolver o problema de PSD, podemos citar (Paiva et al., 2005) e (Haffner et al., 2006). Este algoritmo possui uma prova de convergência finita para problemas de programação linear inteira mista e consegue atingir soluções ótimas para sistemas de pequeno e médio porte, porém para sistemas de maior porte apresentam problemas de convergência e elevado esforço computacional. Em (Haffner et al., 2006) é modelado um problema de PSD multi-estágios, em cujo modelo foi realizada uma simplificação na representação da segunda lei de Kirchhoff que permitiu estabelecer um modelo de otimização linear, utilizando para isso o modelo linear disjuntivo apresentado por (Bahense et al., 2001; Romero et al., 2002). Em (Paiva et al., 2005), é modelado um problema de PSD que integra as redes primária e secundária como um sistema único.

Neste trabalho também foi implementado um algoritmo B&B não linear para resolver o problema de PSD modelado como um problema de PNLIM. O algoritmo B&B não linear deve contemplar técnicas eficientes de escolha das variáveis para separação dos subproblemas e da ordem de escolha da resolução dos subproblemas da árvore de B&B. Em cada nó da árvore de B&B é resolvido um problema de PNL que é obtido relaxando-se a natureza binária das variáveis de decisão que são consideradas como variáveis contínuas. Além disso, os chamados testes de sondagem têm que ser modificados para contornar os problemas de mínimos locais que são encontrados na resolução dos problemas de PNL. Para isto é adicionado ao valor da função objetivo uma margem adicional de segurança para cada um dos subproblemas antes de serem sondados, ou seja, considera-se que o valor da função objetivo obtida pelo PNL em cada nó pode ser maior que a incumbente, em um percentual preestabelecido, como é mostrado em (Rider, 2006). A definição desta margem pode aumentar consideravelmente o número de soluções de PNL's necessárias para o algoritmo B&B encontrar uma



solução de boa qualidade, porém, tem por objetivo evitar a convergência para ótimos locais de má qualidade. Outro critério de sondagem considerado é a verificação da condição de radialidade em cada nó da árvore de B&B com o objetivo de diminuir o esforço computacional. O algoritmo B&B não linear foi escrito na linguagem de modelagem AMPL e o solver comercial KNITRO foi utilizado para resolver o problema de PNL em cada nó.

## 1.1 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está organizado da forma descrita a seguir.

No Capítulo 2 é feita uma breve revisão bibliográfica sobre os modelos matemáticos e técnicas de otimização usados para resolver o problema de planejamento de sistemas de distribuição. Outros aspectos relevantes referentes ao problema de planejamento de distribuição também são comentados.

No Capítulo 3 apresenta-se um modelo matemático para o problema de PSD, dois modelos matemáticos para o regulador de tensão, bem como uma revisão bibliográfica e uma análise da condição de radialidade para os problemas de PSD e de reconfiguração do sistema de distribuição.

No Capítulo 4 apresenta-se um algoritmo heurístico construtivo especializado para resolver o problema de PSD. O índice de sensibilidade do AHC, assim como o problema de PNL, são discutidos. Uma fase de melhoria local para melhorar a solução inicial encontrada pelo AHC, e um processo de ramificação para evitar casos de infactibilidade da operação do sistema também são apresentados.

No Capítulo 5 apresenta-se um algoritmo B&B não linear para resolver o problema de PSD. Uma análise dos testes de sondagem no algoritmo B&B, da estratégia de escolha do subproblema candidato para gerenciar o desenvolvimento da árvore de B&B e do problema de PNL que tem que ser resolvido em cada nó da árvore de B&B é feita nesse capítulo.

No Capítulo 6 apresentam-se os resultados obtidos pelos algoritmos utilizados para resolver o problema de PSD e uma análise dos resultados obtidos por ambos algoritmos.

No Capítulo 7, são apresentadas algumas considerações finais e perspectivas de trabalhos futuros.

No Apêndice A, são apresentados os dados dos sistemas utilizados nos testes realizados neste trabalho.

No Apêndice B, são apresentados os trabalhos desenvolvidos antes e durante o doutorado sanduíche no exterior. A formulação de injeção de correntes foi aplicada em problemas diferentes, no apêndice B.1 a formulação de injeção de corrente é aplicada para resolver o problema de estimação de estados para tornar possível a inclusão das medidas de corrente no problema, no apêndice B.3.2 a formulação de injeção de corrente é utilizada para resolver um problema de fluxo de potência ótimo reativo. Inicialmente pretendia-se desenvolver uma metodologia eficiente para resolver um problema de PNL, que mais tarde seria necessário para resolver o problema de PSD. Também é apresentado

uma comparação entre diferentes *solver* comerciais de otimização não linear com o objetivo de avaliar o desempenho dos mesmos para resolver um problema de minimização de perdas de potência ativa. Esta comparação influenciou na escolha do *solver* comercial que foi utilizado para resolver o PNL a cada iteração do AHC e do algoritmo B&B. De forma geral o apêndice B tem o objetivo de mostrar a trajetória de escolha das ferramentas utilizadas para resolver o problema proposto neste trabalho.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica dos modelos matemáticos e metodologias usadas para resolver o problema de PSD, e alocação ótima de bancos de capacitores e reguladores de tensão que são encontrados na literatura especializada. Foi dada uma maior ênfase aos trabalhos publicados na última década.

### 2.1 Planejamento dos Sistemas de Distribuição

O problema de PSD vem sendo estudado há vários anos e modelos matemáticos e metodologias para resolver este tipo de problema vêm sendo desenvolvidos até os dias atuais. O primeiro trabalho relevante aplicado ao problema de PSD de um sistema de distribuição é de 1960, (Bernal-Agustín, 1998). Foi (Knight, 1960) quem propôs a utilização de programação inteira para resolver o problema de PSD. Foram utilizados métodos heurísticos, assim como aproximações do modelo do sistema de distribuição ignorando a dependência temporal do problema de PSD. Em (Bernal-Agustín, 1998), é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os primeiros trabalhos desenvolvidos para resolver os problemas de PSD que apareceram na década de 70.

Os modelos do problema de PSD são desenvolvidos principalmente levando em consideração a construção de subestações e circuitos no sistema de distribuição de energia elétrica. Alguns trabalhos dão maior importância à obtenção de resultados em relação ao tamanho e a localização ótima das subestações. Outros trabalhos se esforçam em desenvolver modelos para resolver o problema de localização e capacidade ótimos dos circuitos a serem construídos nos sistemas e ainda o planejamento conjunto de subestações e circuitos.

Na literatura especializada, existem vários modelos matemáticos apresentados para resolver o problema de PSD, que de forma geral têm como objetivo minimizar as perdas de potência ativa do sistema mais os custos de construção dos circuitos e subestações para um horizonte de tempo

predefinido (Ponnavaikko e Rao, 1987), (Goswami, 1997), (Miguez et al., 2002), (Gómez et al., 2004) e (Najafi et al., 2009). Porém, as funções objetivo destes modelos podem se diferenciar no que diz respeito à forma de calcular as perdas, os custos de construção, custos de operação do sistema, variações em relação ao horizonte de planejamento, além de poderem ser lineares ou não lineares, mono ou multiobjetivo. Os diferentes modelos do problema de PSD ainda podem sofrer variações em relação ao tempo de planejamento (curto e longo prazo) e períodos de planejamento (estático e dinâmico).

### 2.1.1 Modelo Matemático

Um amplo conjunto de características do modelo do problema de PSD pode ser encontrado na literatura. Quando se trata da função objetivo do problema podem ser encontrados trabalhos que utilizam modelos linearizados, que são uma aproximação dos custos verdadeiros (funções não lineares). Estes modelos são usados para que o problema de PSD possa ser resolvido utilizando programação linear inteira mista, (Goswami, 1997). Os modelos não lineares são mais realistas, pois representam fielmente os custos e a operação do sistema. Este problema pode ser modelado como um problema de programação não linear inteiro misto, (Ramírez-Rosado e Bernal-Agustín, 2001). O planejamento multiobjetivo é aquele em que se deseja obter uma solução ótima levando em consideração vários objetivos em um único modelo, (Ramírez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006). Devido à dimensão de tempo do problema de otimização que se deseja resolver, o problema de PSD pode ser resolvido em uma ou em várias etapas (planejamento dinâmico), (Haffner et al., 2006). Porém grande parte dos problemas de PSD foram modelados com somente uma etapa (planejamento estático).

(Miranda et al., 1994) apresenta um modelo para resolver o problema de PSD de capacidade, tempo e localização ótimos de circuitos e subestações. O modelo considera o planejamento dinâmico dos sistemas de distribuição. A função objetivo minimiza os custos de instalação de novos equipamentos e de perdas no sistema, sujeito a restrições de operação sob uma configuração radial. Os dados de entrada do modelo são a localização e a capacidade máxima das subestações, as características e as rotas factíveis dos circuitos e as demandas futuras.

(Leung et al., 1995) propôs um modelo de planejamento ótimo da capacidade de fornecimento de potência aparente das subestações considerando as possíveis interrupções no fornecimento que podem ocorrer no sistema de distribuição. O objetivo do modelo é minimizar a potência aparente que deixa de ser fornecida pela subestação quando acontecem interrupções, que podem ocorrer devido a paradas não previstas causadas por falhas nos transformadores das subestações. O problema é resolvido utilizando-se dois modelos: 1) modelo de capacidade da subestação; e 2) modelo de redistribuição de carga. Ambos foram formulados como problemas de programação linear.

Pode ser encontrada na literatura especializada uma grande quantidade de trabalhos que tratam o

problema de planejamento de circuitos do sistema de distribuição. (Aoki et al., 1990), (Nara et al., 1992) e (Goswami, 1997), propõem algoritmos para determinar a localização e capacidade ótimas dos circuitos, dadas as demandas das barras e as subestações existentes em cada um dos períodos do planejamento.

(ijr) modela o problema de PSD como um problema não linear inteiro misto considerando como variáveis de investimento a capacidade e a localização ótimas de circuitos e subestações para a expansão de sistemas de distribuição já existentes, a função objetivo minimiza os custos de investimento e operação não lineares. Outro aspecto do modelo é que ele pode considerar tanto o planejamento estático quanto o dinâmico.

Em (Temraz e Salama, 2002) é apresentado um modelo para o problema de planejamento de subestações. O objetivo é minimizar os custos de investimento e operação das subestações sujeitos a restrições operacionais tais como: limite de tensão, radialidade do sistema e capacidade da subestação. O tempo de construção da subestação é definido pela utilização de um processo de planejamento pseudo-dinâmico.

Em (Díaz-Dorado et al., 2002a) é apresentado um modelo para resolver o problema de redes urbanas de média tensão conectadas em anel, fechadas e com configurações de interconexão, tendo em vista os custos de investimento e de perdas, sujeitos a restrições de capacidades de condutores, de quedas de tensão, e de ramos com mais de um condutor. As variáveis de investimento do problema são a construção de subestações e construção de circuitos considerando mais de um tipo de condutor.

(Miguez et al., 2002) apresenta um modelo para a configuração ótima do sistema de média tensão. O objetivo é minimizar os custos de investimentos, das perdas de energia e da qualidade da oferta de energia, sujeitos a restrições técnicas (estrutura radial, quedas de tensão, e capacidade dos equipamentos), e os limites de confiabilidade também devem ser satisfeitos.

(Khodr et al., 2003) propôs uma metodologia probabilística para calcular o perímetro da área onde há maior probabilidade de se encontrar o centro de cargas, levando em conta no processo de planejamento os períodos de diferentes níveis de carga. Então a subestação é alocada dentro da área calculada, considerando fatores físicos e econômicos.

Em (Gómez et al., 2004) o problema de PSD é modelado como um problema de planejamento estático, para a construção de circuitos e subestações, considerando diferentes tipos de condutores. O problema de planejamento considera tanto a expansão de sistema já existente quanto uma proposta de construção de um novo sistema. A função objetivo do problema minimiza os custos de investimento em circuitos e subestações mais os custos associados à operação do sistema, sujeitos a restrições de balanço de potências ativa e reativa no sistema, fluxos nos ramos, capacidade das subestações, limites de tensões e restrição de radialidade.

Em (Haffner et al., 2006) é apresentado um modelo para o problema de PSD multi-estágio. As var-

iáveis de investimento são a instalação de novas subestações, a ampliação de subestações existentes, a instalação de novos transformadores, e a instalação, alteração e remoção de trechos de alimentadores com opção por diferentes tipos de condutores.

### 2.1.2 Metodologias

As técnicas encontradas na literatura para resolver o problema de PSD podem ser agrupadas em algoritmos heurísticos, metaheurísticas e técnicas de otimização clássicas.

#### Algoritmos Heurísticos

Alguns trabalhos propõem utilizar Algoritmos Heurísticos Construtivos (AHC) para resolver o problema de PSD (Ponnaivaikko e Rao, 1987) e (Bhowmik et al., 2000). Em (Ponnaivaikko e Rao, 1987) e (Bhowmik et al., 2000) o problema de PSD é modelado como um problema de programação quadrática inteiro misto e o objetivo é minimizar custos de construção de circuitos e subestações e também o custo de perdas ativas no sistema. Um modelo linearizado é empregado para representar as restrições de operação do sistema, porém este modelo interfere na precisão dos resultados.

Ao longo dos anos, algoritmos heurísticos de *branch-exchange* têm sido desenvolvidos a fim de diminuir o tempo computacional e de evitar a complexidade dos problemas práticos de PSD de grande porte. Estes algoritmos tendem a ser mais rápidos que as outras técnicas clássicas utilizadas, porém podem levar a soluções de ótimo local. (Aoki et al., 1990), (Nara et al., 1991), (Nara et al., 1992), (Nara et al., 1994) e (Goswami, 1997).

(Miguez et al., 2002) apresenta um algoritmo *branch-exchange* especializado para resolver o problema de PSD para a configuração ótima do sistema de média tensão para sistemas de grande porte.

#### Metaheurísticas

Com o objetivo de encontrar melhores soluções as metaheurísticas foram aplicadas para resolver o problema de PSD. Alguns trabalhos que se destacam na utilização destas metodologias são (ijr), (Gómez et al., 2004), (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006) e (Nahman e Peric, 2008)

Em (Bernal-Agustín, 1998) é apresentado um algoritmo genético especializado, com operadores que permitem obter uma solução ótima global ou bem próxima de tal solução, evitando que o processo de busca conduza a soluções de mínimo local. É feita uma comparação entre a metodologia utilizada e as metodologias clássicas encontradas na literatura para resolver este tipo de problema. Também foram abordados os aspectos dos modelos matemáticos existentes utilizados no problema de planejamento da distribuição.

Recentemente (Najafi et al., 2009) propôs a aplicação de um algoritmo genético especializado para o planejamento ótimo de sistemas de distribuição de grande porte para determinar o tamanho e a localização ótima de subestações de média e alta tensão, bem como as rotas de alimentação (circuitos), com o objetivo de minimizar os custos de investimento e de operação sujeitos a restrições técnicas do sistema.

Algoritmos de colônias de formigas têm sido aplicados para resolver diferentes problemas de otimização, porém para os problemas de PSD ainda são encontrados poucos trabalhos na literatura especializada. (Gómez et al., 2004) propõem um algoritmo de colônia de formigas adaptado para resolver o problema de PSD primário, modelado como um problema de programação não linear inteiro misto. Para calcular o ponto de operação do sistema é utilizado um algoritmo de fluxo de potência para sistemas de distribuição.

Algoritmos de busca tabu aplicados na solução do problema de PSD podem ser encontrados em (Augugliaro et al., 2002) e (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006). (Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro, 2006) apresenta um algoritmo de busca tabu para resolver um problema de PSD fuzzy multiobjetivo. A metodologia desenvolvida utiliza três funções objetivo simultaneamente, particiona o espaço de solução para diversificar a busca e cria uma lista tabu que armazena os nós da rede que já foram visitados, evitando assim passos indesejados no algoritmo.

Algoritmos de *simulated annealing* também vêm sendo aplicados para resolver o problema de PSD, (Jonnavithula e Billinton, 2004) (Parada et al., 2004) e (Nahman e Peric, 2008). Neste último, é apresentada uma metodologia para resolver o problema de PSD baseado em uma combinação do método da descida mais íngreme (*steepest descent method*) com o método combinatorial *simulated annealing*. A solução orientada para o custo de investimento mínimo criada pela aplicação do método de descida mais íngreme é usada como a solução inicial do processo de otimização que é aperfeiçoada utilizando *simulated annealing* para encontrar a solução de mínimo custo total. O ponto de operação do sistema é calculado por um fluxo de carga.

### Técnicas de Otimização Clássicas

O algoritmo *branch and bound* é uma técnica de otimização clássica que tem sido utilizada para resolver o problema de PSD modelado como um problema de programação linear inteiro misto, (Adams e Laughton, 1974), (Gönen e Foote, 1981) e (Boardman e Meckiff, 1985).

Em (Paiva et al., 2005) é utilizado um algoritmo *branch and bound* para resolver o problema de planejamento integral dos sistemas de distribuição primário e secundário. O modelo matemático incorpora variáveis que definem o problema de planejamento de ambos os sistemas primário e secundário de modo que um único problema de otimização é formulado e este é modelado como um problema de programação linear inteiro misto.

Em (Haffner et al., 2008a) e (Haffner et al., 2008b) é apresentado um modelo para o problema de planejamento dinâmico de sistemas de distribuição de energia, incluindo geração distribuída. O trabalho apresenta uma extensão de uma formulação linear disjuntiva para representar a inclusão, exclusão e substituição de circuitos. Os autores afirmam que o modelo linear inteiro misto resultante permite encontrar uma solução ótima utilizando um algoritmo *branch-and-bound*.

## 2.2 Alocação Ótima de Capacitores

Os modelos matemáticos para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores que têm sido utilizados nos dias atuais se baseiam nos modelos apresentados na década de 80, (Grainger e Lee, 1981a,b, 1982) e (Baran e Wu, 1989). Porém este problema vem sendo estudado desde a década de 60. Inicialmente foram formulados modelos relaxados e técnicas heurísticas de solução (Salas, 2006).

(Baran e Wu, 1989) resolve o problema de localização, tipo e dimensão ótimos de bancos de capacitores como um problema de programação não linear inteiro misto. O modelo aproxima uma função objetivo não diferenciável por uma função linear e então o problema é resolvido utilizando decomposição de Benders com variáveis contínuas. A função objetivo minimiza custos de instalação dos bancos de capacitores mais os custos das perdas de potência ativa no sistema para manter a regulação de tensão do mesmo.

No final da década de 80 início da década de 90 foram desenvolvidas as primeiras metaheurísticas, que também são usadas para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores. (Chiang et al., 1990a,b) utilizou um algoritmo de *simulated annealing* para resolver o problema de localização, tipo e tamanho ótimos de bancos de capacitores para diferentes níveis de demanda. Algoritmos genéticos foram utilizados por (Ajjarapu e Albanna, 1991), (Boone e Chiang, 1993), (Sundhararajan e Pahwa, 1994), e (Miu et al., 1997) para resolver o mesmo problema. Em (Huang et al., 1996) foi utilizado um algoritmo de busca tabu. Outra metodologia que vem sendo utilizada para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores são os algoritmos heurísticos (Chis et al., 1997).

Uma revisão bibliográfica das técnicas utilizadas para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores até o ano 2000 pode ser encontrada em (Ng et al., 2000).

Nos últimos 10 anos novos trabalhos vem sendo desenvolvido para resolver o problema de localização, tipo e tamanho ótimos de bancos de capacitores a serem instalados em um sistema de distribuição. Geralmente tanto os novos trabalhos quanto os mais antigos abordam o problema de redução de perdas, com foco nos períodos de maior carregamento, quando as perdas são mais representativas, (Ng et al., 2000), (Mekhamer et al., 2002) e (Masoum et al., 2004).



Uma abordagem para a alocação de capacitor *shunt* nos sistemas de distribuição para diferentes níveis de carga é apresentada em (Levitin et al., 2000). Um método rápido de cálculo da perda total de energia baseado no momento de normalização das curvas de cargas diárias é utilizado para calcular a redução das perdas anuais de energia. Para resolver este problema é utilizado um algoritmo genético.

Em (Gallego et al., 2001) é proposto um método híbrido elaborado sobre a abordagem de busca tabu, ampliada com recursos retirados de métodos combinatoriais, tais como algoritmos genéticos e *simulated annealing*, e da prática de abordagens heurísticas. O problema de alocação ótima de bancos de capacitores determina o tipo, o tamanho e a localização ótimos dos bancos de capacitores bem como o esquema de controle dos bancos de capacitores variáveis. Este problema é formulado como um problema de programação não-linear inteiro misto. Para calcular o estado de operação do sistema é utilizado um fluxo de carga. O trabalho apresenta uma revisão bibliográfica que parte das pesquisas inicializadas na década de 60 e vão até o ano de 1998.

Em (Mekhamer et al., 2002) são propostas duas técnicas heurísticas para a compensação de potência reativa em sistemas de distribuição radiais. A primeira técnica tem como idéia principal alocar bancos de capacitores visando a minimização de custos do sistema e a segunda técnica aloca bancos de capacitores com o objetivo de minimizar as perdas no sistema. Para avaliar as violações de tensão no sistema é utilizado um fluxo de carga.

(Pires et al., 2005) apresenta um modelo para o problema de alocação ótima de bancos de capacitores multiobjetivo: minimizar as perdas resistivas e custos dos capacitores. Esse modelo leva em conta as exigências de um perfil de tensão aceitável no sistema para diferentes níveis de carga. O problema é resolvido utilizando um algoritmo de busca tabu.

Em (Silva-Junior et al., 2008) é apresentada uma proposta para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores nos sistemas de distribuição utilizando um algoritmo heurístico construtivo. O problema é formulado como um problema de programação não linear inteiro misto. Uma função sigmoide é utilizada para representar as variáveis inteiras do problema. O estado de operação do sistema é calculado usando um algoritmo de fluxo de potência ótimo que também é utilizado para obter os índices de sensibilidade do algoritmo heurístico construtivo.

Em (Park et al., 2009) é proposto um método de planejamento para instalação de bancos de capacitores nos sistemas de distribuição para reduzir os custos de instalação e minimizar as perdas ativas no sistema. Nesse trabalho, a vida útil dos equipamentos é incluída na formulação, e o estado de operação ótimo dos equipamentos é determinado utilizando um algoritmo genético.

Em (Khodr et al., 2009) é proposta uma metodologia para a localização e o tamanho ótimo de bancos de capacitores *shunt*, estáticos e chaveados. O problema é formulado como um problema de maximização do rendimento econômico produzido pela redução das perdas de energia e dos custos evitados devido o adiamento do investimento na expansão do sistema. Para calcular exatamente a

economia de energia e o custo de investimento adiado, é utilizado um fluxo de carga para sistemas de distribuição radial que é executado antes e depois da compensação de reativos. Este problema é resolvido como um problema de programação linear inteiro misto.

(Haffner et al., 2009) resolve um problema de alocação ótima de bancos de capacitores que tem por objetivo minimizar as violações dos limites de tensão que são definidos pela Resolução 505/2001 da ANEEL. O modelo de otimização define o tap de operação dos transformadores de distribuição, os locais de instalação e os tipos de bancos de capacitores fixos e chaveados, de modo que o custo de aquisição, instalação, manutenção e as violações nos limites de tensão sejam minimizados. O modelo proposto apresenta uma função objetivo linear, restrições lineares e variáveis contínuas e binárias, sendo representado por um problema de programação linear inteiro misto. No referido trabalho também pode-se encontrar uma revisão dos trabalhos de alocação ótima de capacitores que têm sido desenvolvidos até o ano de 2009.

## 2.3 Alocação Ótima de Reguladores de Tensão

A alocação ótima de reguladores de tensão é um assunto pouco encontrado na literatura especializada, (Safigianni e Salis, 2000), (Mendoza et al., 2007) e (Szuvovivski, 2008). (Safigianni e Salis, 2000) apresenta uma metodologia para resolver o problema de alocação ótima dos reguladores de tensão para sistemas de distribuição radiais cujo objetivo é minimizar o custo total dos reguladores de tensão (investimento e manutenção), mais o custo das perdas no sistema. Além da localização ótima do regulador de tensão, a metodologia ainda faz o ajuste ótimo dos taps do regulador de tensão instalado.

(Mendoza et al., 2007) apresenta um método para definir a localização ótima de um conjunto de reguladores de tensão no sistema de distribuição de energia elétrica. O processo de otimização é tratado como um problema multi-objetivo considerando como objetivos minimizar as perdas totais e os desvios de tensão no sistema. Uma técnica de algoritmo micro genético é usada para resolver o problema multiobjetivo. Essa técnica é capaz de encontrar as soluções ótimas de “Pareto”, possibilitando um conjunto de possíveis soluções a serem escolhidas. Em (Mendoza et al., 2007) é utilizado o modelo  $\pi$  de transformadores para modelar o regulador de tensão e seu controle de taps.

Recentemente, (Szuvovivski, 2008) apresentou um modelo matemático para o problema de alocação ótima conjunta de reguladores de tensão e bancos de capacitores. Para resolver esse problema é utilizado um algoritmo genético que utiliza um fluxo de potência ótimo para avaliar seus indivíduos. O modelo considera a localização, o tamanho e o tipo (fixo ou variável) de bancos de capacitores, e a localização ótima dos reguladores de tensão considerando ainda a regulação de seus taps. A função objetivo minimiza os custos das perdas de potência ativa, das violações dos limites de tensão, das

violações das quedas de tensão mais os custos de instalação dos equipamentos. Nesse trabalho o regulador de tensão é modelado como um auto-transformador.

(Pereira, 2009) resolve o problema de alocação ótima de reguladores de tensão baseado no método proposto por (Safigianni e Salis, 2000), tendo como objetivo a instalação e a seleção dos reguladores de tensão bem como o ajuste de seus taps, minimizando uma função objetivo dos custos de investimento, manutenção dos reguladores e o custo das perdas de potência ativa do sistema. (Pereira, 2009) modela o regulador de tensão como um auto-transformador e utiliza um fluxo de carga *back-forward sweep* para calcular o ponto de operação inicial do sistema e então calcular o maior percentual de queda de tensão do sistema.

## 2.4 Comentários Finais

Na literatura especializada são encontrados modelos matemáticos utilizados para resolver o problema de PSD, alocação ótima de banco de capacitores, alocação ótima de reguladores de tensão e também a alocação ótima conjunta de bancos de capacitores e reguladores de tensão. Porém, um trabalho que considera conjuntamente a construção de subestações, circuitos, alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão, ainda não é encontrado na literatura especializada.

Desde que as metaheurísticas foram desenvolvidas, estas metodologias têm sido as mais utilizadas para resolver os problemas de PSD, em comparação com as técnicas de otimização clássicas. Entre as variáveis de investimento do problema, estão a construção de novas subestações e a repotenciação de uma subestação já existente e a construção de novos circuitos e o recondutoramento de circuitos já existentes considerando diferentes tipos de condutores. Em relação à função objetivo, a maioria dos modelos considera a minimização dos custos de investimento (construção de circuitos e subestações) e custos de operação (perdas ativas do sistema). Apesar dos modelos com apenas um objetivo serem os mais comuns, também podem ser encontrados modelos multi-objetivos. Com relação ao tempo de planejamento podem ser encontrados o planejamento estático e dinâmico.

Os algoritmos de B&B também são utilizados para resolver o problema de PSD, porém para modelos de PSD linearizados (problema de programação linear inteiro misto). Um algoritmo de B&B não linear para resolver o problema de PSD ainda não é encontrado na literatura especializada.

Para resolver o problema de alocação ótima de bancos de capacitores também vem sendo utilizadas as metaheurísticas, além dos algoritmos heurísticos construtivos. As variáveis de investimento desse problema são a dimensão e o tipo de banco de capacitores (fixos ou chaveados) que serão instalados no sistema. A alocação ótima de reguladores de tensão ainda é pouco encontrada na literatura. Metaheurísticas e algoritmos heurísticos aparecem como metodologia de solução desse problema. O regulador de tensão normalmente é modelado como um auto-transformador com tap variável.

## Capítulo 3

# Planejamento Integrado de Sistemas de Distribuição

O principal objetivo do sistema de distribuição é fornecer um serviço confiável, com um baixo custo para os consumidores e assegurando simultaneamente a qualidade do fornecimento de energia. No problema de PSD várias funções objetivo, incluindo os custos de instalação de novos equipamentos, os custos de operação das subestações, a confiabilidade do sistema de distribuição e a minimização de perdas, devem ser avaliadas considerando ainda um aumento das cargas existentes no sistema e a instalação de novas cargas, a fim de permitir uma operação viável do sistema em um horizonte predefinidos (Gönen, 1986). As restrições técnicas de operação dos sistemas de distribuição, tais como, o balanço de potência, os níveis de tensão, a capacidade máxima das subestações e dos fluxos de potência nos circuitos, são imprescindíveis para o problema de PSD, porém os sistemas de distribuição possuem características particulares de operação que são de fundamental importância para a formulação do problema de PSD, que são a topologia radial do sistema e a impossibilidade de uma mesma carga ser alimentada por duas subestações diferentes.

O Planejamento Integrado do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica (PISD) pode trazer vantagens econômicas e operacionais ao sistema. Por exemplo, pode-se evitar a instalação de um número inadequado de equipamentos custosos no sistema de distribuição e conseqüentemente reduzir os gastos com a operação e manutenção destes equipamentos. Considerando a instalação conjunta de bancos de capacitores e reguladores de tensão, pode-se diminuir a capacidade operacional dos outros elementos do sistema, como os circuitos e subestações que devem ser construídos e mesmo evitar a troca de um circuito ou repotenciação de uma subestação já existentes, pois haverá uma compensação de potência reativa no sistema e com isso uma diminuição das perdas de potência ativa, além de garantir o atendimento com os níveis de tensão dentro da Resolução 505/2001 da ANEEL.

Neste capítulo são apresentados o modelo matemático do problema de PISD, o modelo matemático

dos bancos de capacitores fixos e dos reguladores de tensão, além de uma análise crítica da restrição de radialidade (operação radial).

### 3.1 Modelo Matemático

O problema de PISD pode ser modelado como um problema de PNLIM como mostrado nas Eqs. (3.1) - (3.16).

$$\begin{aligned} \min f = & \kappa_l \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (c_{ij,a} n_{ij,a} l_{ij}) + \kappa_s \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{fi} m_i) + \kappa_q \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (c_{qu} q_{i,u}) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_r} (c_{rij} r_{ij}) + \\ & \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{sd} \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{vi,d} (P_{Si,d}^2 + Q_{Si,d}^2)) + \\ & \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{ld} c_{ld} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (g_{ij,a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d})) \end{aligned} \quad (3.1)$$

s.a.

$$P_{i,d} - P_{Si,d} + P_{Di,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3.2)$$

$$Q_{i,d} - Q_{Si,d} - V_{i,d}^2 \sum_{u \in \Omega_u} B_{shu} (q_{i,u}^0 + q_{i,u}) + Q_{Di,d} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3.3)$$

$$1 - \frac{\Delta V_{min}}{100} \leq V_{i,d} \leq 1 + \frac{\Delta V_{max}}{100} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (3.4)$$

$$P_{Si,d}^2 + Q_{Si,d}^2 \leq (\bar{S}_i^0 + m_i \bar{S}_i)^2 \quad \forall i \in \Omega_{bs}, \forall d \in \Omega_d \quad (3.5)$$

$$P_{ij,a,d}^2 + Q_{ij,a,d}^2 \leq ((n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) \bar{S}_{ij,a})^2 \quad \forall ij \in \Omega_f, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (3.6)$$

$$-r_{ij} \Delta t_{ij} \leq t_{ij,d} - 1 \leq r_{ij} \Delta t_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_r, \forall d \in \Omega_d \quad (3.7)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (3.8)$$

$$\sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u}) \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3.9)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_r} (r_{ij}^0 + r_{ij}) \leq \bar{n} \bar{r} \quad (3.10)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u}) \leq \bar{n} \bar{q} \quad (3.11)$$

$$n_{ij,a} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (3.12)$$

$$m_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_{bs} \quad (3.13)$$

$$q_{i,u} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall u \in \Omega_u \quad (3.14)$$

$$r_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall ij \in \Omega_r \quad (3.15)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) = n_b - n_{bs} - n_{br} \quad (3.16)$$

As constantes  $\delta_{l_d}$  e  $\delta_{s_d}$  têm o objetivo de transformar a potência em energia e ao mesmo tempo considerar a taxa de juros para um horizonte de planejamento a qual irá quantificar o custo total de energia. Essas constantes são dadas por:

$$\delta_{l_d} = \alpha_d \tau_l \phi_l \quad ; \quad \delta_{s_d} = \alpha_d \tau_s \phi_s$$

Os fatores de perdas  $\phi_l$  e  $\phi_s$  são a relação entre as perdas médias e as perdas máximas, em um determinado período de tempo (Kagan et al., 2005).

A função objetivo (3.1) é formada pelo investimento total mais o custo de operação do sistema (Bernal-Agustín, 1998). A primeira linha da equação da função objetivo representa os custos de investimento referentes a construção/recondutoramento de circuitos considerando diferentes tipos de condutores, construção/repotenciação de subestações, instalação de diferentes tipos de bancos de capacitores fixos e instalação de reguladores de tensão, respectivamente. As segunda e terceira linhas se referem aos custos de operação das subestações e de perdas ativas no sistema para cada nível de demanda, respectivamente.

As restrições do problema de PISD são dos tipos físicas, operacionais e de investimento:

- **Restrições Físicas:** restrições impostas pelos limites da capacidade dos componentes do sistema, tais como: o limite de fluxo de potência aparente nos circuitos, potência máxima fornecida pela subestação e limites dos taps dos RT.
- **Restrições Operacionais:** restrições impostas pela operação do sistema, tais como: balanço de potência do sistema, limites de tensão nas barras, duplicidade de circuitos no mesmo ramo e radialidade do sistema.
- **Restrições de Investimento:** restrições impostas pelo orçamento da empresa, tais como: tipos de bancos de capacitores fixos, número máximo de bancos de capacitores fixos e RT a serem instalados no sistema.

As Eqs. (3.2) e (3.3) representam as equações de balanço de potência ativa e reativa convencionais para cada nível de demanda  $d$ , e seus elementos  $P_{i,d}$  e  $Q_{i,d}$  são dados por (3.17) e (3.18), respectivamente.

$$P_{i,d} = V_{i,d} \sum_{j \in \Omega_b} V_{j,d} [G_{ij}(\hat{n}_{ij,a}) \cos \theta_{ij,d} + B_{ij}(\hat{n}_{ij,a}) \sin \theta_{ij,d}] \quad (3.17)$$

$$Q_{i,d} = V_{i,d} \sum_{j \in \Omega_b} V_{j,d} [G_{ij}(\hat{n}_{ij,a}) \sin \theta_{ij,d} - B_{ij}(\hat{n}_{ij,a}) \cos \theta_{ij,d}] \quad (3.18)$$

em que  $G_{ij}$  e  $B_{ij}$  são, respectivamente, os elementos de condutância e susceptância que formam a matriz de admitância nodal do sistema e são funções dos circuitos existentes e adicionados ao sistema

$\hat{n}_{ij,a} = n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}$ . Da Eq. (3.3), a constante  $B_{sh_u}$  representa os tipos predeterminados de bancos de capacitores fixos de compensação reativa que podem ser instalados no sistema de distribuição.

A Eq. (3.4) representa o limite da magnitude de tensão das barras para diferentes níveis de demanda. Esta restrição tem como objetivo limitar os valores das tensões de barras do sistema para que estas permaneçam dentro de valores aceitáveis permitidos pela norma para o fornecimento de energia elétrica do sistema.

A Eq. (3.5) representa a capacidade máxima de potência aparente de uma determinada subestação  $i$ . Note que nesta equação, estão modeladas a repotenciação de subestações existentes (considerando  $\bar{S}_i^0 \neq 0$ ) e a construção de novas subestações (considerando  $\bar{S}_i^0=0$ ). A Eq. (3.6) representa a capacidade máxima de fluxo de potência aparente em um circuito de um ramo  $ij$ , em que os elementos de fluxo de potência ativa e reativa em um ramo  $ij$  do tipo  $a$  para a demanda  $d$  da são dados por:

$$P_{ij,a,d} = V_{i,d}^2 g_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) - V_{i,d} V_{j,d} (g_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) \cos \theta_{ij,d} + b_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) \sin \theta_{ij,d}) \quad (3.19)$$

$$Q_{ij,a,d} = -V_{i,d}^2 b_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) - V_{i,d} V_{j,d} (g_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) \sin \theta_{ij,d} - b_{ij,a}(\hat{n}_{ij,a}) \cos \theta_{ij,d}) \quad (3.20)$$

A Eq. (3.7) representa os limites dos taps variáveis dos reguladores de tensão, a Eq. (3.8) assegura que a duplicação de circuitos (existentes ou propostos) não seja possível e a Eq. (3.9) assegura que apenas um tipo de banco de capacitor fixo seja adicionado por barra. O número máximo de reguladores de tensão e bancos de capacitores fixos, que podem ser instalados no sistema, é limitado pelas Eqs. (3.10) e (3.11), respectivamente. As Eqs. (3.12), (3.13), (3.14) e (3.15) representam a característica binária das variáveis de investimento, circuitos, subestações, bancos de capacitores fixos e reguladores de tensão que podem ser adicionados ao sistema de distribuição, respectivamente. A restrição de radialidade é dada pela Eq. (3.16).

As variáveis de investimento binárias  $n_{ij,a}$ ,  $m_i$ ,  $q_{i,u}$  e  $r_{ij}$  são as variáveis de decisão do problema e uma solução factível para o sistema de distribuição, depende destes valores. As demais variáveis representam o estado de operação do sistema de distribuição. Vários estados de operação são possíveis para uma proposta de investimento factível, definida através de valores específicos de  $n_{ij,a}$ ,  $m_i$ ,  $q_{i,u}$  e  $r_{ij}$ .

O modelo do problema de PISD apresentado neste capítulo tem a capacidade de avaliar conjuntamente ou de forma independente a construção de novos circuitos e/ou o recondutoramento dos circuitos existentes considerando diferentes tipos de condutores, a construção de novas subestações ou, alternativamente, a repotenciação de uma já existente, a alocação de bancos de capacitores e de reguladores de tensão, para diferentes níveis de demanda.

## 3.2 Bancos de Capacitores Fixos

No sistema de distribuição a potência ativa é fornecida pela subestação, já a potência reativa pode ser fornecida tanto pela subestação quanto por bancos de capacitores. Logo, os capacitores são os dispositivos utilizados quando se deseja injetar potência reativa no sistema e assim corrigir seu fator de potência. (Gönen, 1986). A geração distribuída também é uma fonte de potência reativa, porém neste trabalho não é modelado o efeito da geração distribuída no sistema de distribuição.

A desvantagem de se fornecer potência reativa apenas pela subestação é que as dimensões dos componentes do sistema, como transformadores da subestação, circuitos de distribuição, transformadores de distribuição e equipamentos de proteção, necessitam ter uma capacidade maior. Desta forma, a instalação de bancos de capacitores pode diminuir as dimensões desses componentes com a diminuição da demanda de potência reativa em todo o alimentador ou do ponto onde o capacitor foi instalado até a subestação. O que acontece quando se instala um banco de capacitores é que o fluxo de corrente no circuito é reduzido do ponto de instalação do banco até a subestação, resultando na diminuição das perdas de potência ativa, da potência reativa fornecida pela subestação e um aumento dos níveis de tensão nas barras, já que diminui a queda de tensão nos circuitos. A diminuição das dimensões dos componentes do sistema de distribuição de energia elétrica implica em um menor investimento ou no adiamento de investimentos futuros. (Gönen, 1986)

Os capacitores que são instalados em um sistema de distribuição podem ser fixos ou variáveis. Bancos de capacitores fixos são aqueles que operam conectados permanentemente ao sistema independente do nível de demanda, já os bancos de capacitores variáveis (ou chaveados) são aqueles que possuem um dispositivo adicional que permite que estes sejam conectados e desconectados do sistema, podendo assim, operar somente em determinados níveis de carregamento do sistema elétrico. Devido ao seu sistema de controle, os capacitores chaveados têm um custo mais alto, porém a flexibilidade de serem conectados ou desconectados pode diminuir ainda mais as perdas no sistema de distribuição. (Willis, 1997)

Neste trabalho foram modelados apenas os bancos de capacitores fixos no problema de PISD, pois em algumas companhias distribuidoras de energia elétrica brasileiras ainda são os mais utilizados, por terem menores custos.

## 3.3 Reguladores de Tensão

O regulador de tensão é um equipamento projetado para elevar a tensão de uma determinada barra, mantendo esta tensão constante, dentro dos valores predeterminados pelas normas, independentemente do valor da tensão em seu terminal de entrada. Seu princípio de funcionamento é semel-



hante ao de um autotransformador. Economicamente, seu uso é justificado, pois além de permitir às concessionárias manterem um bom nível de atendimento aos consumidores, aumenta a tensão média no ponto de utilização e conseqüentemente, o consumo de energia elétrica. (Mendoza et al., 2007)

A aplicação de reguladores de tensão nos sistemas de distribuição de energia elétrica de média tensão teve início na década de 40. Nos países desenvolvidos, principalmente nos Estados Unidos, em função da sua grande extensão territorial, onde os centros de consumo estão espalhados por vastas áreas, distantes dos pontos de geração e do aparecimento de grande quantidade de novos aparelhos eletro-eletrônicos sensíveis às oscilações de tensão, fez aumentarem as reclamações dos consumidores, que passaram a exigir boa qualidade na distribuição de energia elétrica. Por conta disso, hoje encontram-se instalados em vários pontos daquele país, dezenas de milhares de reguladores, fornecendo aos pontos de consumo uma regulação de tensão adequada e conferindo qualidade ao fornecimento de energia. (Pereira, 2009)

Nesta seção serão apresentados dois modelos para o regulador de tensão que foram utilizados no modelo matemático do problema de PISD.

### 3.3.1 Modelo 1

Um regulador de tensão pode ser modelado como um auto-transformador com seu tap variando de acordo com um limite preestabelecido. A Figura 3.1 mostra um ramo  $ij'$  que está em série com o regulador de tensão  $j'j$ , esse trecho  $ij' j'j$  está em paralelo a um ramo  $ij$ , que possui as mesmas características elétricas do ramo  $ij'$ . A barra  $j'$  é uma barra de passagem, ela serve como uma barra de auxílio para a formulação do regulador de tensão que irá controlar a tensão da barra  $j$ . Com o objetivo de diminuir o número de combinações do problema de PISD, o regulador de tensão foi modelado de tal forma que criou-se uma dependência entre as variáveis binárias  $n_{ij,a}$ ,  $n_{ij',a}$  e  $r_{j'j}$ . Desta maneira a Eq. (3.21) faz com que quando um regulador de tensão é alocado no ramo  $j'j$  ( $r_{j'j} = 1$ ) obrigatoriamente um circuito é construído no ramo  $ij'$  ( $n_{ij',a} = 1$  e pela Eq. (3.8)  $n_{ij,a} = 0$ ) e por sua vez quando um circuito é construído no ramo  $ij$  ( $n_{ij,a} = 1$ ) obrigatoriamente  $r_{j'j} = 0$  e  $n_{ij',a} = 0$ .

$$n_{ij',a} - r_{j'j} = 0 \quad \forall a \in \Omega_a, \forall ij \in \Omega_l, \forall j'j \in \Omega_r \quad (3.21)$$

A Eq. (3.21) é acrescentada ao problema de PISD, e garante que um regulador de tensão é instalado conjuntamente com a construção de um circuito no mesmo ramo. Quando este modelo de regulador de tensão é aplicado ao problema de PISD as matrizes  $G_{ij,d}$  e  $B_{ij,d}$  passam a variar em função dos tap dos reguladores de tensão  $t_{j'j,d}$  e os elementos de fluxo de potência ativa e reativa no

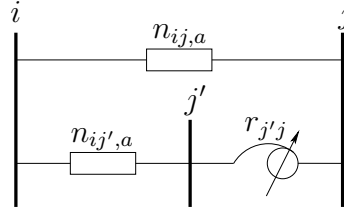


Figura 3.1: Modelo 1 do regulador de tensão

regulador de tensão  $j'j$  são dados por:

$$P_{j'j,d} = t_{j'j,d}^2 V_{j',d}^2 g_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) - t_{j'j,d} V_{j',d} V_{j,d} (g_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) \cos \theta_{j'j,d} + b_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) \sin \theta_{j'j,d}) \quad (3.22)$$

$$Q_{j'j,d} = -t_{j'j,d}^2 V_{j',d}^2 b_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) - t_{j'j,d} V_{j',d} V_{j,d} (g_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) \sin \theta_{j'j,d} - b_{j'j}(\hat{n}_{ij',a}) \cos \theta_{j'j,d}) \quad (3.23)$$

Sabe-se que o valor da impedância de um regulador de tensão é desprezível, porém, cabe ressaltar que para aplicar este modelo de regulador de tensão no problema de PISD é necessário especificar um valor para a resistência e para a reatância deste regulador de tensão. Valores estes que são normalmente muito pequenos e que podem afetar a eficiência do modelo.

### 3.3.2 Modelo 2

O modelo de ramo com impedância zero apresentado em (Monticelli e Garcia, 1991) é utilizado para modelar o regulador de tensão com seu tap variando de acordo com um limite preestabelecido. A Figura 3.2 mostra um ramo  $ij'$  que está em série com o regulador de tensão  $j'j$ . Assim como no modelo anterior, a barra  $j'$  é uma barra de passagem, e serve como uma barra de auxílio para a formulação do regulador de tensão que irá controlar a tensão da barra  $j$ . Os fluxos  $P_{j'j}$ ,  $Q_{j'j}$ ,  $P_{jj'}$  e  $Q_{jj'}$  são os fluxos de potência ativa e reativa de  $j'$  para  $j$  e  $j$  para  $j'$ , respectivamente.

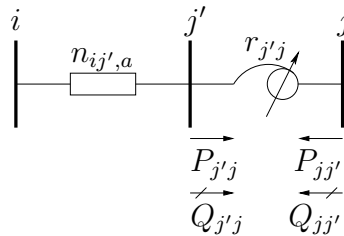


Figura 3.2: Modelo 2 do regulador de tensão

No ramo de impedância zero  $j'j$  os fluxos de potência ativa e reativa que saem da barra  $j'$  são iguais aos que entram na barra  $j$ , estes fluxos também devem satisfazer o balanço de potência de

ambas as barras, como mostrado nas Eqs. (3.24) - (3.29).

$$P_{j',d} - P_{S_{j',d}} + P_{D_{j',d}} + P_{j'j} = 0 \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.24)$$

$$P_{j,d} - P_{S_{j,d}} + P_{D_{j,d}} + P_{jj'} = 0 \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.25)$$

$$Q_{j',d} - Q_{S_{j',d}} + Q_{D_{j',d}} + Q_{j'j} = 0 \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.26)$$

$$Q_{j,d} - Q_{S_{j,d}} + Q_{D_{j,d}} + Q_{jj'} = 0 \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.27)$$

$$P_{j'j} + P_{jj'} = 0 \quad \forall j'j \in \Omega_r \quad (3.28)$$

$$Q_{j'j} + Q_{jj'} = 0 \quad \forall j'j \in \Omega_r \quad (3.29)$$

Para que este modelo represente o regulador de tensão é necessário modelar a variação de tensão da barra terminal  $V_{j,d}$ , em função do valor do tap  $t_{j'j,d}$  e da tensão da barra auxiliar  $V_{j',d}$  para cada nível de demanda  $d$ , e fixar uma referência angular para a barra  $j$ , como é mostrada nas Eqs. (3.30) e (3.31).

$$V_{j,d} = t_{j'j,d} V_{j',d} \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.30)$$

$$\theta_{j,d} = \theta_{j',d} \quad \forall d \in \Omega_d \quad (3.31)$$

As Eqs. (3.24) - (3.31), para as barras  $j'$  e  $j$ , têm que ser acrescentadas no modelo matemáticos do problema de PISD. Cabe ressaltar que neste modelo não é necessário conhecer os valores das resistência e reatância do regulador de tensão, porém um número maior de variáveis de operação e restrições de igualdade têm que ser considerados no modelo.

## 3.4 Restrição de Radialidade

Nesta seção são feitas uma revisão bibliográfica e uma análise da restrição de radialidade.

### 3.4.1 Revisão Bibliográfica

Para estudar a presença da restrição de radialidade nos problemas de otimização dos sistemas de distribuição, foram analisados, o problema de PSD e o problema de Reconfiguração do Sistema de Distribuição (RSD), que são os dois problemas nos quais a restrição de radialidade aparece com maior frequência na literatura especializada, apesar desse último não fazer parte deste trabalho. Deve-se observar que quando as técnicas de otimização clássicas são usadas para resolver os problemas de PSD e RSD, as restrições de radialidade devem, obrigatoriamente, aparecer no modelo matemático. Porém, essas restrições não necessariamente devem estar presentes de forma explícita quando são

usadas técnicas heurísticas e metaheurísticas.

Muitas propostas apresentam a seguinte restrição para satisfazer a radialidade de um sistema de distribuição:

$$M = n_b - 1 \quad (3.32)$$

em que,  $M$  é o número de ramos que devem formar parte da proposta de solução.

Em (Schmidt et al., 2005) e (Gomes et al., 2005) são apresentadas duas heurísticas para resolver o problema de RSD. Em ambos casos, o processo é iniciado com a rede totalmente malhada e em cada passo é retirado um ramo do sistema e o processo termina quando a topologia radial é encontrada. Assim, nesta proposta a restrição de radialidade é controlada de forma implícita no processo de solução. Entretanto, (Schmidt et al., 2005) reconhece que a Eq. (3.32) é freqüentemente utilizada para representar a restrição de radialidade nos problemas de otimização dos sistemas de distribuição, mas que esta restrição é uma condição necessária mas não suficiente para garantir a radialidade de um sistema. Adicionalmente sugere que “*seria altamente desejável que a restrição de radialidade pudesse ser expressa na forma analítica*”, porque se isto fosse possível poderia ser incorporada nas técnicas de otimização clássicas.

Em (Gomes et al., 2006) é proposto um algoritmo heurístico construtivo que difere de (Gomes et al., 2005) na estratégia de sensibilidade escolhida para identificar o ramo que deve ser aberto. Em cada passo do algoritmo é resolvido um problema de fluxo de potência ótimo e a condição de radialidade é controlada de forma implícita pela técnica de otimização.

Em (Delbem et al., 2005) um algoritmo evolucionário é apresentado para resolver o problema de RDS, em que a restrição de radialidade é assegurada de forma implícita usando conceitos de grafos. Dois algoritmos genéticos especializados para resolver o problema de RSD são apresentados em (Mendoza et al., 2006b) e (Carreño et al., 2008), respectivamente. Em ambos casos a restrição de radialidade é controlada de forma implícita dentro dos operadores genéticos.

Em (Ramos et al., 2005a) é apresentado um modelo matemático alternativo que permite resolver o problema de RSD usando um software comercial. Nesse modelo as restrições de radialidade são representadas através de relações algébricas usando o chamado *path-based connectivity modeling*. Nesse artigo se reconhece explicitamente que é muito complexo encontrar uma modelagem matemática para o problema de RSD usando a abordagem *branch-to-node* convencional.

Três algoritmos genéticos especializados para resolver o problema de PSD são apresentados em (Hong e Ho, 2005), (ijr) e (Miranda et al., 1994), respectivamente. Em todos os casos a restrição de radialidade não aparece explicitamente na formulação matemática e é controlada de forma implícita pela aplicação dos operadores genéticos. Em (Hong e Ho, 2005) é apresentada uma nova proposta de codificação usando o conceito de *prufer number*. Essa proposta de codificação permite que os operadores genéticos gerem uma topologia radial.

Em (Haffner et al., 2008a) é apresentado um modelo matemático para o problema de PSD considerando a alocação de geração distribuída. Nessa proposta aparece uma restrição relacionada com a condição de radialidade que pode ser considerada equivalente à Eq. (3.32). Também nessa proposta se reconhece que esta restrição não pode garantir a radialidade da solução ótima já que afirmam que: *“para assegurar que a rede obtida seja sempre radial, pode ser necessário adicionar restrições com informações específicas sobre a topologia da rede sob análise. Considerando a diversidade das situações encontradas, esta tarefa pode ser relativamente complexa.”*

Um algoritmo de *simulated annealing* para resolver o problema de PSD é apresentado em (Nahman e Peric, 2008). Como é utilizada uma metaheurística, não é apresentada uma modelagem matemática detalhada e as restrições de radialidade são controladas de forma implícita.

Em (Paiva et al., 2005) é apresentada uma proposta de planejamento conjunto da rede de distribuição primária e secundária. Nessa modelagem apresenta-se uma restrição de radialidade que pode ser considerada equivalente à Eq. (3.32). O trabalho também menciona que: *“a característica radial é alcançada pela entrada de no máximo um fluxo de potência positivo em cada nó”*. O modelo matemático apresentado é resolvido usando um software comercial. O mesmo grupo apresenta em (Gómez et al., 2004) um algoritmo de colônia de formigas para resolver o problema de PSD. Nesse caso a estrutura radial da solução é controlada de forma implícita na fase construtiva do algoritmo de colônia de formigas.

Dois algoritmos *branch-exchange* para resolver o problema de PSD são apresentados em (Miguez et al., 2002) e (Goswami, 1997), respectivamente. Nesse caso a restrição de radialidade é controlada implicitamente quando o processo de otimização gera uma topologia radial inicial, desta forma as outras topologias que são encontradas usando a estratégia de troca de ramos também devem ser radiais.

(Nara et al., 1992) e (Aoki et al., 1990) apresentam tópicos relacionados com o problema de PSD. Esses autores mencionam que a radialidade exige que a Eq. (3.32) seja satisfeita e, adicionalmente, o grafo deve ser conexo. Um modelo matemático para o problema de PSD também é apresentado em (Gönen e Ramirez-Rosado, 1987). Nessa proposta é apresentada uma restrição de radialidade que pode ser considerada equivalente à Eq. (3.32).

Em (Youssef et al., 1985) o problema de PSD é resolvido usando um software comercial. Nesse caso as restrições de radialidade não são incluídas no modelo matemático, porque *“a prática mostrou que as soluções ótimas para sistemas de distribuição, são sempre radiais. Se uma solução tem um ponto de alimentação com dois ou mais circuitos, a técnica de separação da carga deve ser aplicada neste ponto”*.

(Wall et al., 1979) pode ser considerado como um dos primeiros trabalhos em que aparece uma proposta de modelagem matemática para o problema de PSD. Nesse artigo é reconhecida a necessi-

dade de encontrar topologias radiais ótimas. Entretanto, a restrição de radialidade não é apresentada no modelo.

Em (Kathor e Leung, 1997) é apresentada uma revisão de trabalhos relacionados com o problema de PSD. Nesse artigo se reconhece que a restrição de radialidade é um tema importante, mas que não existe uma análise detalhada desse assunto.

Do levantamento bibliográfico anteriormente apresentado pode-se verificar que a representação explícita das restrições de radialidade é um assunto ainda não resolvido de forma adequada.

### 3.4.2 Prova e Análise

As características principais de um problema de PSD são: 1) existe apenas uma subestação alimentando um sistema; 2) todas as outras barras são barras de carga; 3) a Lei de Kirchhoff deve ser satisfeita; e 4) a topologia radial do sistema deve ser otimizada visando mínimos custos de investimentos e operação.

A condição de radialidade é uma exigência típica da operação dos sistemas de distribuição de energia elétrica. Geralmente, um sistema de distribuição é malhado, porém opera com configuração radial. A representação de um sistema de distribuição é feita através de barras e circuitos ou alimentadores. Fazendo uma analogia com a teoria de grafos, pode-se considerar um sistema de distribuição como sendo um grafo formado por nós e vértices. Neste contexto a topologia radial da operação do sistema de distribuição é equivalente a uma árvore (grafo conexo).

Uma árvore com  $m$  nós e  $n$  arcos é, por definição, um grafo conexo sem ciclos. Isso significa que uma árvore é um grafo conexo com  $(m - 1)$  arcos. Assim pode-se dizer que a topologia de um sistema de distribuição é radial quando suas  $n_b$  barras (nós) foram conectadas por  $(n_b - 1)$  circuitos (arcos).

Para que um modelo matemático de um problema PSD garanta a radialidade deste sistema é necessário provar que um sistema de  $n_b$  barras deve gerar uma topologia que conecta as  $n_b$  barras do sistema e tem  $(n_b - 1)$  circuitos. Assim, na análise de uma resposta factível do modelo matemático é importante verificar se estão sendo satisfeitas as seguintes condições: 1) a solução deve apresentar  $(n_b - 1)$  circuitos e 2) a solução deve gerar uma topologia conexa.

A primeira condição, de que a solução deve apresentar  $(n_b - 1)$  circuitos, é satisfeita de forma trivial pela Eq. (3.16). Desta forma, falta provar a segunda condição que diz que uma topologia conexa deve ser gerada, ou seja, que uma solução factível para o problema é conectar as  $n_b$  barras de um sistema de distribuição a uma única subestação. Deve-se observar que a única forma de gerar uma solução factível de acordo com as restrições (3.17) e (3.18) é que exista apenas um caminho da barra da subestação para cada barra do sistema. Logo se cada barra de carga está sendo alimentada, ou seja, se as restrições de balanço de potência forem satisfeitas, pode-se dizer que o sistema é conexo.

Deve-se observar que, para provar a radialidade do sistema de distribuição para o PSD foram uti-

lizadas apenas as quatro características mencionadas anteriormente. A prova continua sendo válida para qualquer outro problema de otimização do sistema de distribuição em que as quatro características mencionadas se encontram presentes.

Na literatura a equação (3.16) é considerada algumas vezes como uma condição suficiente para gerar soluções radiais conexas (Bernal-Agustín, 1998). Porém, a Eq. (3.16) garante apenas a condição 1). A condição 2) é garantida pelas equações de balanço de potência (3.2) e (3.3) desde que cada barra do sistema possua carga e, portanto, a técnica de otimização é obrigada a gerar uma solução factível conectando todas as barras do sistema. Assim, a segunda condição é satisfeita e, portanto, o modelo apresentado gera um sistema conexo com topologia radial.

A restrição de radialidade e as equações de balanço de potência garantem ainda que, ao final do processo iterativo, duas subestações ou mais não estejam interconectadas. Isto pode ser visto pela Eq. (3.16) que diz que a soma dos circuitos existentes e construídos tem que ser igual ao número de barras do sistema menos o número de subestações, desta forma para cada subestação é construída uma rede radial.

De forma geral, as barras de passagem são pouco freqüentes nos problemas relacionados ao sistema de distribuição, mas é possível a existência de um número reduzido de barras desse tipo. Porém quando se trata de um problema de PSD, estas barras podem aparecer com mais freqüência, já que elas podem estar presentes quando da escolha de uma rota factível. Quando existem barras de passagem na topologia do sistema o problema é resolvido de forma trivial, pois para satisfazer a restrição de radialidade (3.16) estas barras também serão conectadas ao sistema mantendo a topologia radial do mesmo. Porém, para evitar que na solução final do problema de PSD estas barras sejam conectadas como barras terminais, é necessário incluir restrições complementares no modelo matemático do problema de PSD para eliminar estas barras da solução final.

# Capítulo 4

## Algoritmo Heurístico Construtivo

Um AHC pode ser visto como um processo iterativo no qual uma solução para um problema complexo é construída passo a passo (Rider, 2006). Os AHC não garantem que uma solução ótima seja encontrada, mas são capazes de encontrar soluções de boa qualidade. Os AHC são simples de entender, robustos, muito rápidos e possuem uma boa característica de convergência, o que caracteriza uma certa vantagem para esse tipo de processo. No caso do problema de planejamento da expansão dos sistemas de distribuição, em cada passo do AHC uma subestação, um banco de capacitores, um circuito ou um regulador de tensão é adicionado ao sistema. O elemento a ser adicionado é escolhido usando um índice de sensibilidade que é calculado a cada iteração do AHC.

Neste capítulo é apresentado um AHC para resolver o problema de planejamento integrado da expansão dos sistemas de distribuição. Este AHC utiliza uma Fase de Melhoria Local (FML) para melhorar a solução inicial encontrada pelo AHC, e um processo de ramificação para evitar casos de infactibilidade da operação do sistema. A cada passo do AHC é resolvido um problema de PNL que é o modelo relaxado do problema de PISD. Os índices de sensibilidade do AHC, assim como o problema de PNL são discutidos neste capítulo.

### 4.1 Formulação

Um AHC consiste de um conjunto de passos que, de forma sistemática, encontra uma boa proposta para o problema de PISD, o que significa que a partir de uma configuração inicial ou base (um conjunto de propostas para a construção de um sistema de distribuição), a cada passo é adicionado um elemento ao sistema até que o conjunto de adições realizadas faça com que o sistema opere de forma adequada. Uma vez modificado o sistema a nova configuração é chamada de configuração corrente. O elemento mais atraente para ser adicionado na configuração corrente é determinado pelo chamado índice de sensibilidade ou desempenho. O processo iterativo termina quando uma solução



factível é encontrada. Baseados nos diferentes índices de sensibilidade existentes, vários algoritmos heurísticos construtivos podem ser formulados, desta forma o modelo escolhido para resolver um determinado problema é quem define as diferenças entre os algoritmos heurísticos (Rider, 2006).

Pode-se definir um índice de sensibilidade como sendo um parâmetro que de alguma maneira está relacionado com a variação dos elementos do sistema, considerando como sistema a configuração corrente. Os índices de sensibilidade têm como função indicar as subestações, os bancos de capacitores, os circuitos ou os reguladores de tensão mais atraentes para serem adicionados ao sistema. Os índices de sensibilidade, *ISS* (Índice de Sensibilidade para Subestações), *ISC* (Índice de Sensibilidade para Circuitos) e *ISR* (Índice de Sensibilidade de Reativos) são calculados de acordo com a potência aparente da subestação, com o fluxo de potência aparente nos circuitos e com a potência reativa do banco de capacitores, respectivamente. Os reguladores de tensão não possuem um índice de sensibilidade próprio, estes são adicionados à rede de acordo com o *ISC*, isto se deve porque o modelo 1 do regulador de tensão apresentado no Capítulo 3 é utilizado no AHC.

Os índices de sensibilidade, calculados de acordo com as características operacionais dos sistemas de distribuição, são mostrados pelas Eqs. (4.1), (4.2) e (4.3).

$$ISS = \max_{i \in \Omega_{bs}} \{ \sqrt{P_i^2 + Q_i^2}, \forall m_i \neq 0 \} \quad (4.1)$$

$$ISC = \max_{(ij) \in \Omega_l} \{ \max \{ S_{ij,a}, S_{ji,a} \}, \forall n_{ij,a} \neq 0 \} \quad (4.2)$$

$$ISR = \max_{i \in \Omega_b} \{ Q_{SH_i}, \forall q_{i,u} \neq 0 \} \quad (4.3)$$

O problema de PISD como o formulado em Eqs. (3.1) – (3.16) é um problema de programação não-linear inteiro (binário) misto. Este é um problema combinatorial complexo que pode levar a um número muito elevado de combinações a serem testadas. Uma forma de resolver este problema é relaxando a natureza binária das variáveis de investimento do problema referentes às subestações, banco de capacitores, circuitos e reguladores de tensão, que passam a serem consideradas como variáveis contínuas, assim o problema de PISD se torna um problema de PNL, porém, ainda difícil de ser resolvido. No entanto a resolução do problema de PISD relaxado não pode solucionar o problema de planejamento (números fracionários de circuitos, subestações, capacitores e RTs), porém o problema relaxado é utilizado para calcular os índices de sensibilidade que serão utilizados pelo AHC para a construção do sistema de distribuição.

O problema de PNL usado para calcular os índices de sensibilidade é obtido das Eqs. (3.1) – (3.16), considerando agora o número de circuitos, subestações, capacitores e RTs como variáveis contínuas porém canalizadas e acrescentando quatro novos parâmetros como mostrado nas Eqs. (4.4) – (4.19).

$$\begin{aligned}
\min f = & \kappa_l \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (c_{ij,a} (n_{ij,a} + n_{ij,a}^+) l_{ij}) + \kappa_s \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{f_i} (m_i + m_i^+)) + \\
& \kappa_q \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (c_{q_u} (q_{i,u} + q_{i,u}^+)) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_r} (c_{r_{ij}} (r_{ij} + r_{ij}^+)) + \\
& \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{s_d} \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{v_{i,d}} (P_{S_{i,d}}^2 + Q_{S_{i,d}}^2)) + \\
& \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{l_d} c_{l_d} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (g_{ij,a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a} + n_{ij,a}^+) (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d})) \quad (4.4)
\end{aligned}$$

s.a.

$$P_{i,d} - P_{S_{i,d}} + P_{D_{i,d}} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (4.5)$$

$$Q_{i,d} - Q_{S_{i,d}} - V_{i,d}^2 \sum_{u \in \Omega_u} B_{sh_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u} + q_{i,u}^+) + Q_{D_{i,d}} = 0 \quad \forall u \in \Omega_u, i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (4.6)$$

$$1 - \frac{\Delta V_{min}}{100} \leq V_{i,d} \leq 1 + \frac{\Delta V_{max}}{100} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (4.7)$$

$$P_{S_{i,d}}^2 + Q_{S_{i,d}}^2 \leq (\bar{S}_i^0 + m_i^+ \bar{S}_i + m_i \bar{S}_i)^2 \quad \forall i \in \Omega_{bs}, \forall d \in \Omega_d \quad (4.8)$$

$$P_{ij,a,d}^2 + Q_{ij,a,d}^2 \leq [(n_{ij,a}^0 + n_{ij,a} + n_{ij,a}^+) \bar{S}_{ij,a}]^2 \quad \forall ij \in \Omega_f, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (4.9)$$

$$-r_{ij} \Delta t_{ij} \leq t_{ij,d} - 1 \leq r_{ij} \Delta t_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_r, \forall d \in \Omega_d \quad (4.10)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a} + n_{ij,a}^+) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4.11)$$

$$\sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u} + q_{i,u}^+) \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (4.12)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_r} (r_{ij}^0 + r_{ij} + r_{ij}^+) \leq \bar{n}r \quad (4.13)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u} + q_{i,u}^+) \leq \bar{n}q \quad (4.14)$$

$$0 \leq n_{ij,a} \leq 1 - n_{ij,a}^+ \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (4.15)$$

$$0 \leq m_i \leq 1 - m_i^+ \quad \forall i \in \Omega_{bs} \quad (4.16)$$

$$0 \leq q_{i,u} \leq 1 - q_{i,u}^+ \quad \forall u \in \Omega_u, \forall i \in \Omega_b \quad (4.17)$$

$$0 \leq r_{ij} \leq 1 - r_{ij}^+ \quad \forall ij \in \Omega_r \quad (4.18)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a} + n_{ij,a}^+) = n_b - n_{bs} - n_{br} \quad (4.19)$$

em que  $m_i^+$ ,  $q_{i,u}^+$ ,  $n_{ij,a}^+$  e  $r_{ij,a}^+$  são variáveis do AHC que são acrescentadas ao modelo do problema de PISD relaxado. Essas variáveis têm a função de adicionar a cada passo do AHC uma subestação, um capacitor, um circuito ou um regulador de tensão ao sistema de distribuição corrente. As variáveis

do AHC são adicionadas também nas Eqs. (3.17) – (3.23), assim para o modelo do AHC tem-se que  $\hat{n}_{ij,a} = n_{ij,a}^0 + n_{ij,a} + n_{ij,a}^+$ . Ao final do processo iterativo do AHC, o custo total do problema de PISD, dado pela Eq. (4.20), é obtido usando a solução do último problema de PNL.

$$\begin{aligned}
 v = & \kappa_l \sum_{(ij) \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (c_{ij,a} n_{ij,a}^+ l_{ij}) + \kappa_s \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{fi} m_i^+) + \kappa_q \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (c_{qi} q_{i,u}^+) + \\
 & \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_r} (c_{rij} r_{ij}^+) + \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{sd} \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{vi,d} (P_{S_{i,d}}^2 + Q_{S_{i,d}}^2)) + \\
 & \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{ld} \sum_{(ij) \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (g_{ij,a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}^+) (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d}))
 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Os índices de factibilidade de subestações, de circuitos e de capacitores (4.21), (4.22) e (4.23) são usados para definir o critério de parada do AHC.

$$IFS = \sum_{i \in \Omega_{bs}} (m_i) \quad (4.21)$$

$$IFC = \sum_{(ij) \in \Omega_l} (n_{ij,a}) \quad (4.22)$$

$$IFR = \sum_{i \in \Omega_b} (q_{i,u}) \quad (4.23)$$

## 4.2 Fluxograma

O AHC é muito simples e é apresentado no fluxograma da Figura 4.1. A primeira etapa do AHC é inicializar a topologia do sistema (topologia corrente), e para isso assume-se que  $m_i^+ = 0, \forall i \in \Omega_{bs}$ ,  $q_{i,u}^+ = 0, \forall i \in \Omega_b$ ,  $n_{ij,a}^+ = 0, \forall (ij) \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a$  e  $r_{ij}^+ = 0, \forall (ij) \in \Omega_r$  é a topologia corrente inicial do sistema e então o problema de PNL (4.4) – (4.19) é resolvido. Com o resultado do PNL, são calculados os índices de sensibilidade (4.1), (4.2) e (4.3). A escolha da ordem em que os elementos são adicionados ao sistema foi feita de acordo com o custo de construção ou instalação destes elementos, de forma que os mais caros sejam adicionados primeiro (Bhowmik et al., 2000), com exceção dos RTs que não podem ser adicionados separadamente dos circuitos.

Primeiramente, o AHC adiciona todas as subestações necessárias para a operação do sistema, em seguida são adicionados todos os bancos de capacitores necessários e por último são adicionados os circuitos ou os circuitos com reguladores de tensão. A escolha entre repotenciar uma subestação existente ou adicionar uma nova, adicionar um capacitor e também adicionar um novo circuito ou um circuito com regulador de tensão depende também do problema PNL, já que os índices de sensibilidade são calculados a partir de seus resultados. O ponto de operação ótimo do sistema também é obtido através da solução do problema de PNL. Para melhorar a convergência e reduzir o tempo de

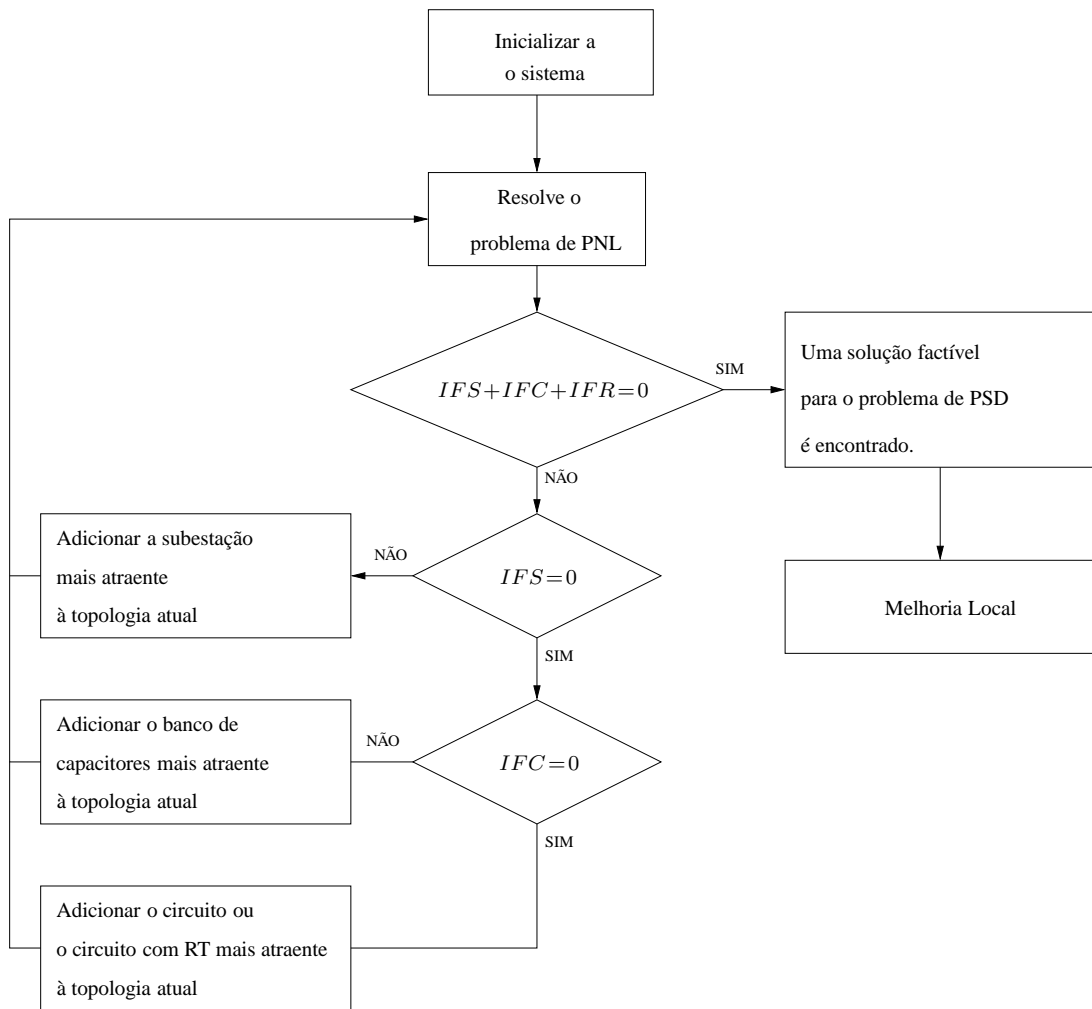


Figura 4.1: Fluxograma do Algoritmo Heurístico Construtivo

processamento, a cada iteração do AHC, é recomendável utilizar a solução do último problema de PNL resolvido como ponto inicial do próximo problema de PNL a ser resolvido.

É importante salientar que o AHC foi implementado de forma que os circuitos sejam adicionados à rede de distribuição de acordo com o índice de sensibilidade  $ISC$ , criando uma rota (ou árvore) que parte de uma subestação existente ou previamente adicionada pelo AHC. O processo iterativo do AHC termina quando a soma dos índices de factibilidade é igual a zero significando que uma solução inteira (binária) factível foi encontrada.

Uma vez que a natureza discreta das variáveis de investimento foi relaxada, a restrição (3.16) pode ser satisfeita com um número fracionário de circuitos. Em cada etapa do AHC, um circuito é adicionado à topologia corrente, para isso uma variável de investimento de construção de circuitos é fixada (valor inteiro). A cada passo do AHC, o número total de circuitos necessários para construir o

sistema de distribuição é menor, diminuindo assim o número de variáveis contínuas do problema de PNL. Isto significa que, quando uma variável de investimento do AHC é fixada com valor igual a 1 ( $n_{ij}^+ = 1$ ), uma variável contínua de investimento do PNL também é fixada, porém com valor igual a 0 ( $n_{ij} = 0$ ). Como consequência, somente no final do processo iterativo é que se pode garantir uma topologia radial para o sistema de distribuição.

A Figura 4.2 mostra dois casos que devem ser evitados em cada iteração do AHC quando este adicionar um circuito na topologia corrente: (a) geração de malhas e (b) conexão de uma carga a duas subestações diferentes. No caso (a) o índice  $ISC$  pode sugerir que um circuito  $l-m$  seja adicionado ao sistema, mas como previamente mencionado, devido ao relaxamento da natureza binária das variáveis de investimento, este circuito pode criar uma malha, o que não é permitido. Para evitar este tipo de infactibilidade da operação do sistema, o AHC deve verificar a condição radial da topologia corrente (circuitos adicionados mais o circuito que se quer adicionar) e escolher outro circuito para ser adicionado. Com a impossibilidade de se adicionar o circuito  $l-m$ , o circuito  $l-n$  torna-se o mais atraente para o sistema, assim o AHC irá adicioná-lo. No caso (b) o nó  $k$  está conectado a duas subestações, o que gera uma infactibilidade para a operação do sistema. Neste caso, o AHC cria dois problemas diferentes (ramificações), que são separadamente analisados. Em um problema, o circuito  $i-k$  é adicionado à topologia corrente e o circuito  $j-k$  é removido. No outro problema, o circuito  $j-k$  é adicionado e o circuito  $i-k$  é removido. Ao fazer isso, dois problemas são resolvidos de forma independente e a solução final é aquela que possuir o menor custo de investimento.

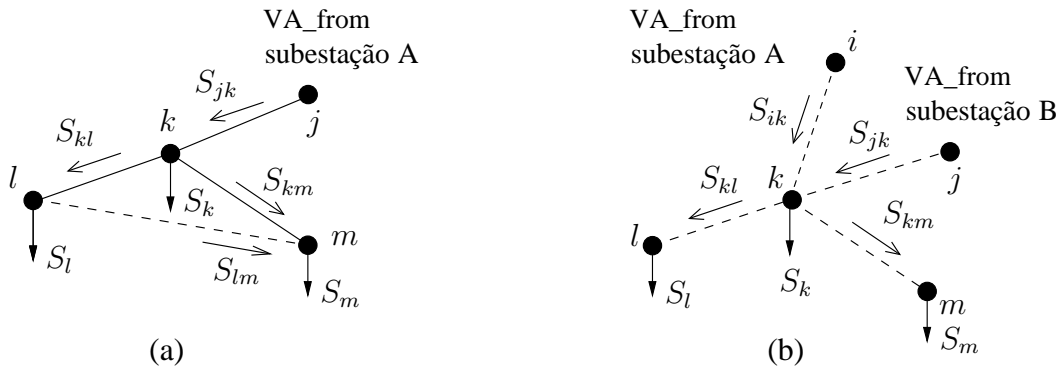


Figura 4.2: Exemplo Ilustrativo

### 4.3 Fase de Melhoria Local

A Fase de Melhoria Local (FML) tem como objetivo melhorar a solução inicial obtida do AHC utilizando os resultados do problema de PNL. A FML desenvolvida neste trabalho é mostrada pela

Figura 4.3, em que  $NTS$ ,  $NTBC$  e  $NTC$  são o Número Total de Subestações, o Número Total de Bancos de Capacitores e o Número Total de Circuitos adicionados inicialmente ao sistema pelo AHC, respectivamente. Esses índices servem como critério de parada para a FML. O primeiro passo da FML é ordenar os vetores de custos das subestações, dos bancos de capacitores e dos circuitos em ordem decrescente em relação aos investimentos em construção e operação. Na sequência, são inicializados os contadores de número de subestações, capacitores e circuitos avaliados,  $M$ ,  $R$  e  $N$ , respectivamente.

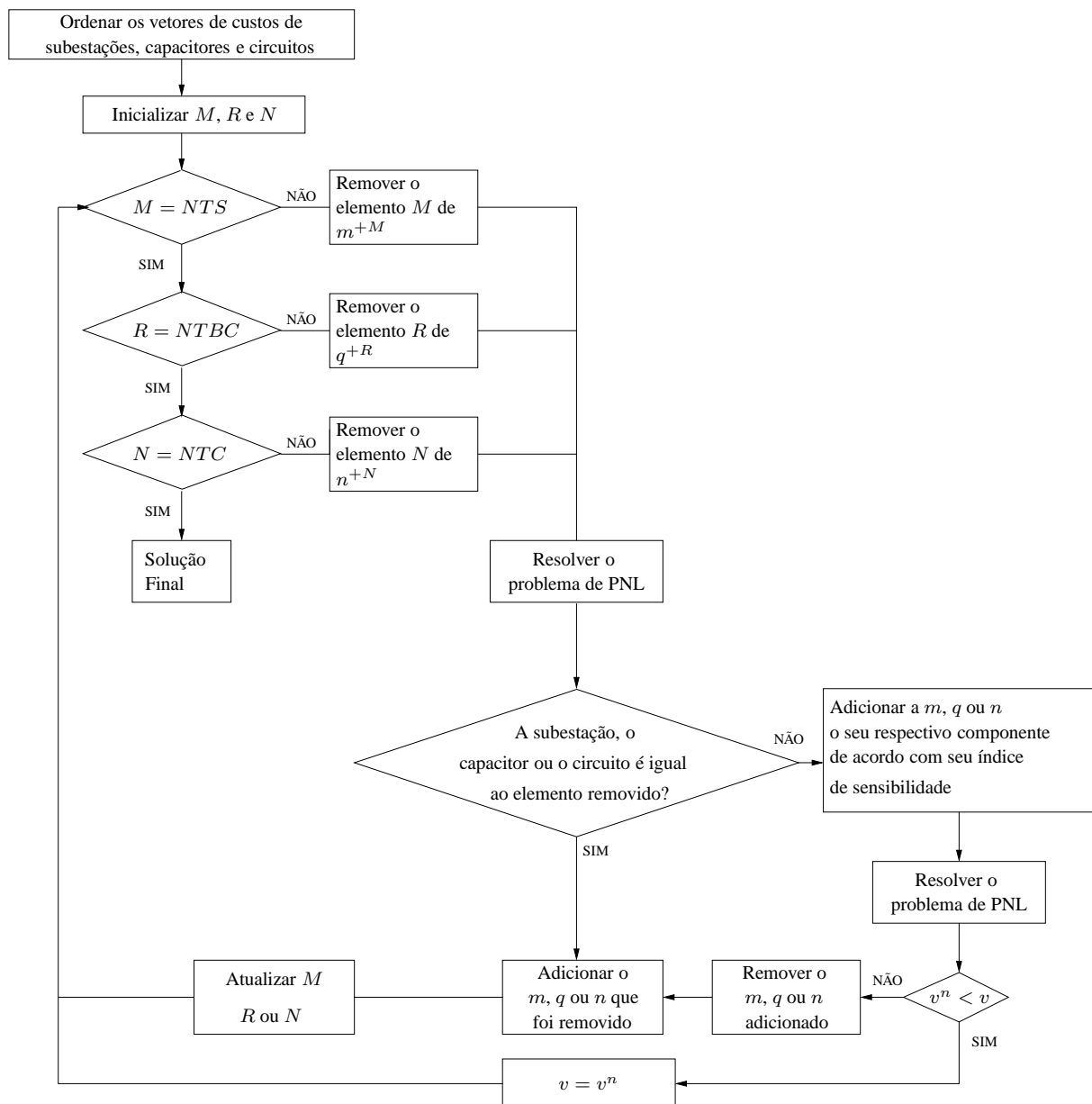


Figura 4.3: Fluxograma da Fase de Melhoria Local

A avaliação de cada elemento adicionado inicialmente ao sistema pelo AHC é feita da forma que um elemento é retirado do sistema e um problema de PNL é resolvido para encontrar uma nova proposta de investimento. Com o resultado desta proposta calcula-se o índice de sensibilidade (*ISS*, *ISBC* ou *ISC*) e então verifica-se se o elemento indicado por este índice é igual ou diferente do elemento retirado. Caso o elemento indicado seja igual ao elemento retirado, este é readicionado ao sistema, caso contrário é verificado se o custo total da nova configuração é menor que o anterior. A configuração que apresentar o menor custo total, será a configuração corrente do sistema. O custo de investimento total é representado no fluxograma por  $v^n$ . A solução é encontrada depois que cada elemento inicialmente adicionado ao sistema pelo AHC tenha sido retirado e avaliado.

Note que na FML apenas os elementos acrescentados pelo AHC, na solução inicial, são retirados a cada iteração e o resultado do problema de PNL é utilizado para substituir um elemento por outro e para a análise de outras possíveis soluções.

As subestações, são os primeiros elementos do sistema a serem avaliados. Neste caso, primeiramente é retirada a repotenciação de uma subestação, este procedimento serve para avaliar se esta repotenciação foi mesmo necessária e depois se avalia a construção de novas subestação. Após a avaliação das subestações é feita a avaliação dos bancos de capacitores, e por último são avaliados os circuitos e os reguladores de tensão, já que estes últimos são avaliados juntamente com os circuitos.

## 4.4 Exemplo Numérico

O objetivo do exemplo é mostrar passo a passo o AHC proposto neste trabalho. A Figura 4.4 mostra as rotas factíveis para a construção de circuitos em um sistema de distribuição de energia elétrica que possui duas subestações, 10 barras e 10 ramos factíveis. Os dados utilizados para criar este exemplo são dados pela Tabela 4.1. A resistência e a reatância por quilômetro do condutor usado são  $0,6045 \Omega/\text{km}$  e  $0,429 \Omega/\text{km}$ , respectivamente. O custo de cada circuito é igual a  $1000\text{US\$/km}$ , o custo das perdas é de  $0,05\text{US\$/kWh}$  e o custo de operação da subestação é de  $0,1\text{US\$/kVAh}^2$ . Para este exemplo o desvio máximo de tensão permitido é de  $5\%$ , o fator de potência médio é igual a  $0,9$ , o fator de perdas  $0,35$ , a taxa de juros é  $0,1$  e o período de planejamento é de  $20$  anos. Seguindo os passos do fluxograma mostrado na Figura 4.1, a variável de investimento do AHC é inicializada como  $n_{ij,a}^+ = 0$ .

### Iteração 1

A Tabela 4.2 mostra os resultados do primeiro PNL resolvido durante o processo iterativo do AHC, resultados estes referentes aos circuitos e fluxo de potência aparente dos circuitos. De acordo

Tabela 4.1: Dados do sistema ilustrativo

Dados de circuitos				Dados de barras		
Circuito	De	Para	Comprimento (km)	Barra	$S_D$ (kVA)	$S_G$ (kVA)
1	1	3	1,4000	S1	0,0	2000
2	1	4	3,0000	S2	0,0	2000
3	1	5	1,6000	3	640,0	0,0
4	3	7	2,8000	4	320,0	0,0
5	4	6	1,3000	5	320,0	0,0
6	5	7	1,7000	6	320,0	0,0
7	8	9	1,3000	7	320,0	0,0
8	2	7	1,9000	8	320,0	0,0
9	2	9	1,3000	9	320,0	0,0
10	2	10	1,4000	10	320,0	0,0

Tabela 4.2: Resultado do primeiro PNL resolvido

circuito	De	Para	$n_{ij,a}^+$	$n_{ij,a}$	$S_{ij,a}$	$S_{ji,a}$	$S_{MAX}$
1	1	4	0	0,31	642,27	640,07	642,27
2	2	7	0	0,70	474,12	473,78	474,12
3	1	3	0	1,00	637,04	636,73	637,04
4	2	9	0	1,00	640,37	640,07	640,37
5	2	10	0	1,00	320,08	320,00	320,08
6	4	6	0	1,00	320,07	320,00	320,07
7	8	9	0	1,00	320,00	320,07	320,07
8	1	5	0	1,00	174,38	174,35	174,38
9	5	7	0	0,97	153,18	153,20	153,20
10	3	7	0	0,01	3,30	3,30	3,30

com a Eq. (4.2), tem-se que:

$$ISC = \max_{(ij) \in \Omega_l} \{\max\{S_{ij,a}, S_{ji,a}\}, \forall n_{ij,a} \neq 0\} = 642,27 \text{ MVA}$$

O  $ISC$  indicou que o circuito 1 – 4 deve ser adicionado ao sistema. Dois testes são realizados para verificar se a adição deste circuito é factível:

1. Teste de radialidade: de acordo com a Eq. (4.19), porém considerando apenas os circuitos adicionados, as barras já conectadas, o circuito que se deseja construir e a barra que se deseja conectar. Assim  $n_{1-4}^+ = (3 - 2)$



Tabela 4.3: Resultado do segundo PNL resolvido

$n^\circ$ circuitos	De	Para	$n_{ij,a}^+$	$n_{ij,a}$	$S_{ij,a}$	$S_{ji,a}$	$S_{MAX}$
1	1	4	1	0,00	640,76	640,07	640,76
2	2	7	0	0,63	472,42	472,05	472,42
3	1	3	0	1,00	638,38	638,06	638,38
4	2	9	0	1,00	640,37	640,07	640,37
5	2	10	0	1,00	320,08	320,00	320,08
6	4	6	0	1,00	320,07	320,00	320,07
7	8	9	0	1,00	320,00	320,07	320,07
8	5	7	0	0,36	152,49	152,55	152,55
9	1	5	0	1,00	174,32	174,30	174,32

2. Verificar se os fluxos de potência aparente oriundos de barras já conectadas a diferentes subestações e de circuitos ainda não adicionados ao sistema, alimentam a barra que se quer conectar: analisando os valores dos fluxos de potência aparente nos circuitos verifica-se que só existe  $S_{1-4}$  chegando na barra 4 e um fluxo  $S_{4-6}$  saindo da barra 4.

Visto que a adição do circuito 4 – 6 é factível, então tem-se que  $n_{1-4}^+ = 1$ . Assim o sistema corrente é igual ao apresentado na Figura 4.4 - Iteração 1.

### Iteração 2

A Tabela 4.3 mostra o resultado do segundo PNL resolvido durante o processo iterativo do AHC, estes resultados são referentes aos circuitos e fluxo de potência aparente dos circuitos. De acordo com a Eq. 4.2, tem-se que:

$$ISC = \max_{(ij) \in \Omega_l} \{\max\{S_{ij,a}, S_{ji,a}\}, \forall n_{ij,a} \neq 0\} = 640,37 \text{ MVA}$$

O  $ISC$  indicou que o circuito 2 – 9 deve ser adicionado ao sistema. Dois testes são realizados para verificar se a adição deste circuito é factível:

1. Teste de radialidade:  $(n_{1-4}^+ + n_{2-9}^+) = (4 - 2)$
2. Analisando os valores dos fluxos de potência aparente nos circuitos verifica-se que só existe  $S_{2-9}$  chegando na barra 9 e um fluxo  $S_{9-8}$  saindo da barra 9.

Visto que a adição do circuito 2 – 9 é factível, então tem-se que  $n_{2-9}^+ = 1$ . Assim o sistema corrente é igual ao apresentado na Figura 4.4 - Iteração 2.

Os passos mostrados nas iterações 1 e 2 se repetem em todo o processo iterativo até a iteração 8, quando o AHC encontra dois fluxos vindos de subestações diferentes e sendo injetado em uma mesma barra, gerando assim uma ramificação. Estes passos são mostrados a seguir.

Tabela 4.4: Resultado do oitavo PNL resolvido

$n^\circ$ circuitos	De	Para	$n_{ij,a}^+$	$n_{ij,a}$	$S_{ij,a}$	$S_{ji,a}$	$S_{MAX}$
1	1	4	1	0,00	640,76	640,07	640,76
2	2	7	1	0,00	473,92	473,68	473,92
3	1	3	1	0,00	639,09	638,77	639,09
4	2	10	1	0,00	320,08	320,00	320,08
5	2	9	1	0,00	640,37	640,07	640,37
6	4	6	1	0,00	320,07	320,00	320,07
7	8	9	1	0,00	320,00	320,07	320,07
8	5	7	0	0,26	153,65	153,74	153,74
9	1	5	0	0,74	170,02	169,98	170,02

### Iteração 8

A Tabela 4.4 mostra o resultado do oitavo problema de PNL resolvido durante o processo iterativo do AHC, estes resultados são referentes aos circuitos e fluxo de potência aparente dos circuitos.

$$ISC = \max_{(ij) \in \Omega_l} \{\max\{S_{ij,a}, S_{ji,a}\}, \forall n_{ij,a} \neq 0\} = 170,02 \text{ MVA}$$

O  $ISC$  indicou que o circuito 1 – 5 deve ser adicionado ao sistema. Dois testes são realizados para verificar se a adição deste circuito é factível:

1. Teste de radialidade:  $(n_{1-4}^+ + n_{2-9}^+ + n_{1-3}^+ + n_{2-7}^+ + n_{2-10}^+ + n_{4-6}^+ + n_{8-9}^+ + n_{1-5}^+) = (10 - 2)$
2. Analisando os valores dos fluxos de potência aparente nos circuitos verifica-se que existe  $S_{1-5}$  chegando na barra 5 e  $S_{5-7}$  também chegando na barra 5.

Neste caso os dois circuitos,  $n_{1-5}$  e  $n_{5-7}$ , são avaliados separadamente, isto cria uma ramificação no AHC. Primeiramente será avaliada a condição  $n_{1-5}^+ = 1$  e  $n_{5-7}^0 + n_{5-7} + n_{5-7}^+ = 0$ . Assim, tem-se a primeira solução do problema de PSD, esta solução é mostrada pela Figura 4.4 – SOLUÇÃO FINAL. O custo total do sistema é de US\$ 1.231.117,10. A FML não encontrou uma melhor solução para este sistema.

### Iteração 9

Nesta iteração será avaliada a condição  $n_{5-7}^+ = 1$  e  $n_{1-5}^0 + n_{1-5} + n_{1-5}^+ = 0$ . Deve-se verificar a radialidade do sistema com a adição do circuito 5 – 7 de acordo com a Eq. (4.19), porém considerando apenas os circuitos adicionados e barras já conectadas mais o circuito que se deseja construir e a barra que se deseja conectar. Assim:  $(n_{1-4}^+ + n_{2-9}^+ + n_{1-3}^+ + n_{2-7}^+ + n_{2-10}^+ + n_{4-6}^+ + n_{8-9}^+ + n_{5-7}^+) = (10 - 2)$

Feito o teste de radialidade e visto que a operação do sistema é factível, resolve-se um problema de PNL para avaliar o custo do sistema. Com a inclusão do circuito 5 – 7 tem-se mais uma solução

Tabela 4.5: Custos de Perdas de Energia Elétrica e Construção de Circuitos

$n^\circ$ circuitos	De	Para	$n_{ij,a}^+$	$n_{ij,a}$	Custo Circuitos	Custo Perdas	Custo Perdas + circuitos
1	1	4	1	0,00	30000,00	740,54	30740,54
2	2	7	1	0,00	19000,00	468,67	19468,67
3	5	7	1	0,00	17000,00	104,87	17104,87
4	1	3	1	0,00	14000,00	345,11	14345,11
5	2	10	1	0,00	14000,00	86,23	14086,23
6	2	9	1	0,00	13000,00	320,51	13320,51
7	4	6	1	0,00	13000,00	80,24	13080,24
8	8	9	1	0,00	13000,00	80,15	13080,15

Tabela 4.6: Resultado do PNL

$n^\circ$ circuitos	De	Para	$n_{ij,a}^+$	$n_{ij,a}$	$S_{ij,a}$	$S_{ji,a}$	$S_{MAX}$
1	1	4	1	0,00	640,76	640,07	640,76
2	2	7	1	0,00	473,92	473,68	473,92
3	1	3	1	0,00	639,09	638,77	639,09
4	2	10	1	0,00	320,08	320,00	320,08
5	2	9	1	0,00	640,37	640,07	640,37
6	4	6	1	0,00	320,07	320,00	320,07
7	8	9	1	0,00	320,00	320,07	320,07
8	5	7	0	0,26	153,65	153,74	153,74
9	1	5	0	0,74	170,02	169,98	170,02

dada pelo AHC para o sistema ilustrativo. O custo total deste sistema é de US\$1.232.665,19.

### Fase de melhoria local

A Fase de melhoria local consegue melhorar o resultado da solução encontrada na Iteração 9 pelo AHC. Primeiramente ordena-se o vetor de custos de perdas mais circuitos em ordem decrescente como mostrado na Tabela 4.5. Neste exemplo será mostrado apenas o passo em que a FML escolhe trocar um circuito por outro. Na terceira iteração da FML o circuito 5 – 7 é retirado e um problema de PNL é resolvido, o resultado deste problema é mostrado na Tabela 4.6.

Pela Tabela 4.6 observa-se que o *ISC* indica o circuito 1 – 5 para ser adicionado ao circuito. A FML encontrou uma melhor solução para o problema de PSD que a encontrada inicialmente pelo AHC com a adição do circuito 5 – 7. Esta solução foi igual à encontrada pelo AHC no outro ramo do mesmo, e a solução é mostrada na iteração 8.

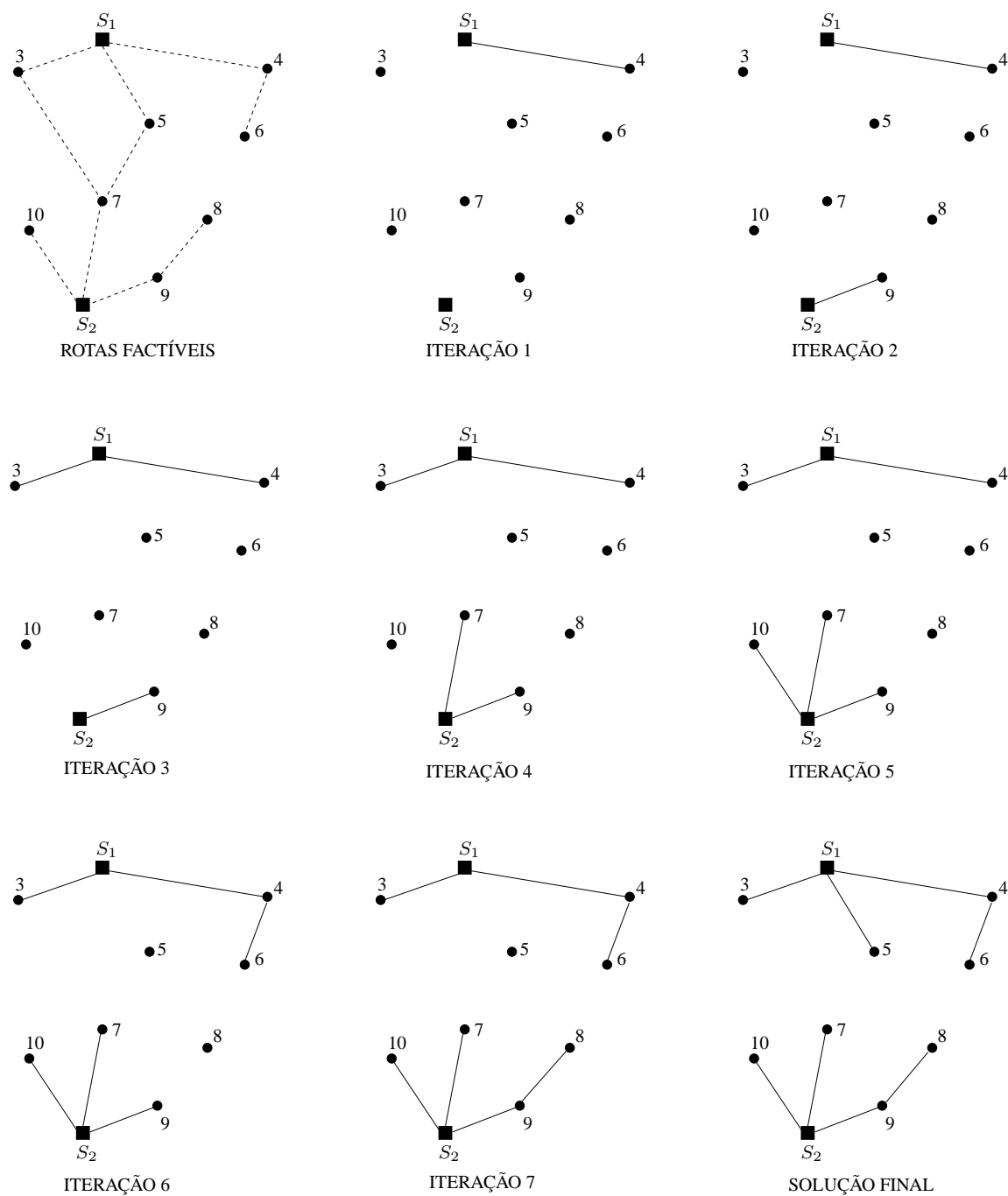


Figura 4.4: Iterações do AHC para o exemplo ilustrativo

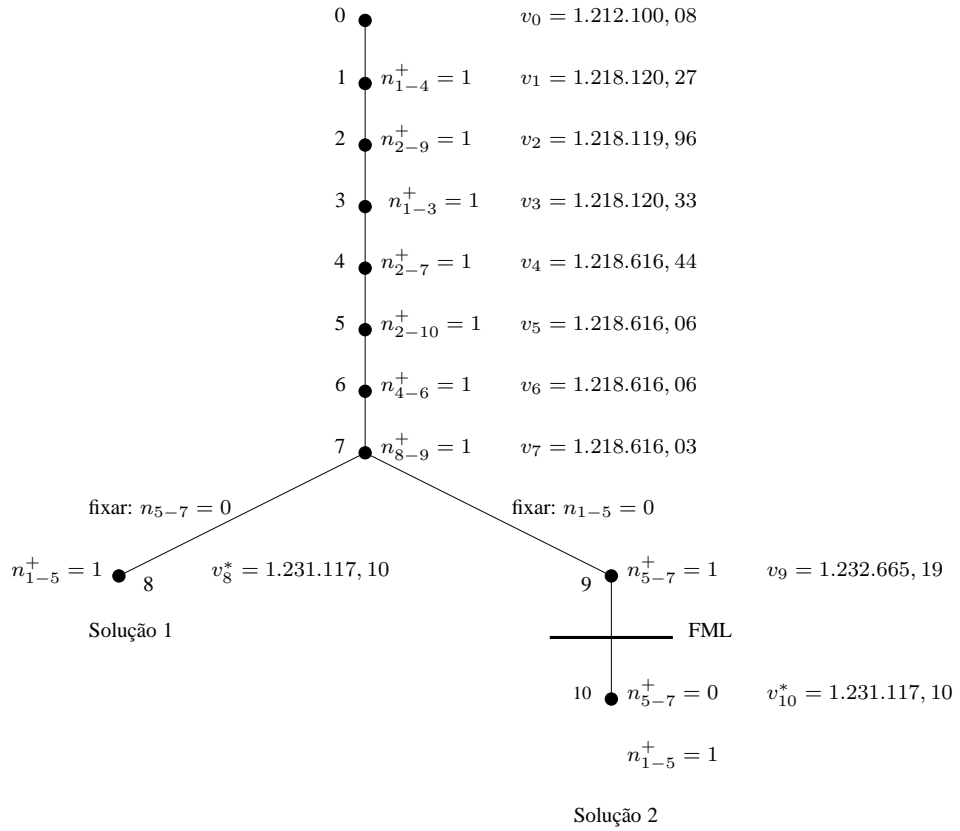


Figura 4.5: Arvore do AHC para o exemplo ilustrativo

A Figura 4.4 mostra os circuitos que foram adicionados ao sistema pela solução encontrada pelo AHC no primeiro ramo (iteração 8) passo a passo. Nota-se que o circuito adicionado parte sempre de uma subestação ou um nó já conectado ao sistema. Um fato importante a considerar é a construção de duas redes desconexas. A arvore do AHC para este exemplo ilustrativo é mostrado na Figura 4.5. O AHC encontrou duas soluções iguais para o problema. Isso também exemplifica o objetivo da FML, que é verificar se a solução encontrada inicialmente pelo AHC pode ser melhorada. Observa-se na Figura 4.5 que o valor da função objetivo do problema de PNL cresce e decresce, algo possível devido a não convexidade do problema de planejamento.

# Capítulo 5

## Algoritmo *Branch and Bound* Não Linear

O B&B é um algoritmo que usa estratégia de relaxação e separação para resolver um problema complexo. O tipo de algoritmo B&B melhor estudado e analisado é o que resolve problemas de Programação Linear Inteiro Misto (PLIM) com espaços de busca geralmente muito grandes. Pode-se assumir que o espaço de busca de um problema de programação inteiro misto é limitado e o número de alternativas que devem ser investigadas é finito. Um caminho simples para resolver um problema inteiro é enumerar todos os seus pontos, descartando os pontos inactiváveis e sempre controlando a solução factível com o melhor valor da função objetivo encontrada. Quando a enumeração está completa, a solução ótima, quando existente, é associada com o melhor valor encontrado da função objetivo (Taha, 1975).

Recentemente, a aplicação de um B&B não linear para resolver diretamente problemas de PN-LIM, sem ajuda de métodos de decomposição, tem mostrado ser eficiente. Nas referências (Rider, 2006) e (Estevam, 2008) são mostradas as primeiras aplicações do algoritmo B&B para resolver problemas na área de engenharia, como o planeamento do sistema de transmissão e o planeamento de fontes de potência reativa em sistemas de energia eléctrica, respectivamente.

Um algoritmo B&B não linear para resolver o problema de PSD é apresentado neste capítulo. Uma análise dos testes de sondagem no algoritmo B&B, e da escolha das variáveis de separação para gerenciar o desenvolvimento da árvore de B&B e do problema de PNL que tem que ser resolvido em cada nó da árvore de B&B também são apresentados neste capítulo.

### 5.1 Introdução

Um algoritmo B&B é um algoritmo enumerativo que é utilizado para resolver problemas combinatoriais como os de programação linear inteiro misto. Um algoritmo B&B resolve um problema contínuo a cada iteração. Para se obter este problema contínuo é necessário relaxar a integralidade das

variáveis inteiras. Assim o espaço de busca do problema inteiro é somente um subconjunto do espaço contínuo. A principal vantagem do problema contínuo é ser mais fácil de manipular, especialmente quando se trata de um problema de Programação Linear (PL).

Conceitualmente, um algoritmo B&B pode ser considerado simples. De forma geral, o algoritmo B&B resolve um problema de PLIM utilizando um conjunto de subproblemas de PL, que nada mais são que as versões relaxadas do problema de PLIM (Taha, 1975). O primeiro passo para se iniciar o processo de solução de um problema de PLIM, é relaxar a integralidade das variáveis inteiras, e então utilizando um algoritmo de PL, resolver o problema linear correspondente, que será denominado como  $PC_0$  (problema original). Se a solução de  $PC_0$  é inteira, então esta solução é ótima global para o problema original. Porém, quando a primeira solução não é inteira, a técnica de B&B é aplicada pela implementação de duas operações básicas:

- *Branching*: É a partição do espaço de busca em subproblemas que também são contínuos. O particionamento do espaço de busca tem como objetivo eliminar parte do espaço contínuo que pode tornar o problema inteiro infactível. Isto é feito com a imposição de restrições que são condições necessárias para a produção de soluções inteiras, seguindo sempre um caminho que não elimina pontos inteiros factíveis. Em outras palavras, o conjunto de soluções de subproblemas define cada ponto inteiro factível do problema original. Devido à natureza de partição do espaço de busca, é que esta operação recebeu o nome de “*branching*” (ramificação).
- *Bounding*: Assumindo que o problema original é do tipo minimização, o valor ótimo da função objetivo para cada subproblema criado pelo “*branching*”, define, logicamente, um limite inferior sobre o valor da função objetivo associada com qualquer um dos seus valores inteiros factíveis. Este limite é essencial para encontrar a solução ótima. Esta operação explica a razão do nome “*bounding*” (limitante).

O elemento mais importante do algoritmo B&B é a árvore de busca, que é uma árvore enumerada nos nós de cada ramo que parte do problema original  $PC_0$ , e pode se subdividir em mais dois ramos, criando dois novos nós  $PC_1$  e  $PC_2$ , cada ramo representa possíveis decisões do nó que o gerou, e cada nó é a solução de um problema de PL. Quando a solução do subproblema é inteira, este não é particionado, caso contrário uma partição adicional é necessária, isto significa que uma variável é escolhida para assumir seus valores inteiros mais próximos da solução atual, assim, dois ramos são adicionados à árvore de B&B, os quais irão decidir em qual limite a variável será forçada a ficar. Quando dois novos nós são gerados, a solução de cada um deles é avaliada e se nenhum nó é sondado, o nó que não é escolhido pelo algoritmo é armazenado na lista para posterior análise, e o nó escolhido é particionado em mais dois novos nós (Rider, 2006). A escolha de um dos nós depende do método de busca utilizado no processo. Este procedimento separa a região factível do problema

de programação linear corrente em duas parcelas independentes. O algoritmo é aplicado recursivamente aos subproblemas, gerando ramos e nós para análise. A solução do problema termina após a sondagem de todos os nós possíveis de serem gerados, isto é, quando todas as soluções do espaço de busca foram analisadas, implicitamente ou explicitamente, e após ser encontrada uma solução com todas as variáveis do problema sendo inteiras, caso exista (Rider, 2006). A solução inteira ótima global é encontrada quando o subproblema tem o menor limite superior entre todos os subproblemas inteiros (para um problema de minimização).

As operações do algoritmo B&B quando implementadas de forma adequada, podem descartar vários casos infactíveis, o que ajuda a diminuir a dimensão do problema. Um algoritmo B&B convencional tem a capacidade de encontrar o ótimo global de um problema PLIM.

Uma representação deste processo é mostrado usando o exemplo dado pela Eq. (5.1). Este exemplo é simples, porém ilustra adequadamente o funcionamento do algoritmo B&B para um problema de PLIM.

$$\begin{aligned}
 \min \quad & f = 25y_1 + 12y_2 + 41y_3 + 2x_1 \\
 \text{s.t.} \quad & 10y_1 - 2y_2 - 3x_1 \geq 0 \\
 & 2y_1 - y_3 - 2x_1 = 1 \\
 & y_1, y_2 \text{ e } y_3 \in \{0, 1\} \\
 & x_1 \geq 0
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

As variáveis  $y_1$ ,  $y_2$  e  $y_3$  são binárias, e  $x_1$  é contínua. A solução do problema é dada pela árvore de B&B ilustrada na Figura 5.1.

Os valores das variáveis binárias do problema ilustrativo estão assinalados, entre parênteses, em cada nó da árvore. O problema de PL que é resolvido a cada iteração do algoritmo B&B é obtido relaxando-se o problema dado pela Eq. (5.1), em que as variáveis binárias são consideradas contínuas, assim a terceira restrição passa a ser  $0 \leq y_i \leq 1$ .

Na Figura 5.1 pode-se observar que os nós 1 e 3 são infactíveis, como os nós decorrentes destes últimos também produziram soluções infactíveis, os nós 1 e 3 são descartados, diminuindo assim a dimensão do problema. Analisando as infactibilidades, pode-se observar que no nó 1, quando a variável  $y_1 = 0$  o problema relaxado decorrente da Eq. (5.1) é infactível, pois não encontra um valor entre 0 e 1 para  $y_2$  que satisfaça a primeira restrição do problema. O mesmo acontece para o nó 3, quando  $y_1 = 1$  e  $y_2 = 0$ , o problema relaxado não encontra um valor entre 0 e 1 para  $y_3$  que satisfaça a segunda restrição. Nos nós 2 e 4 são encontradas soluções factíveis mas não inteiras para o problema relaxado, levando futuramente a duas soluções inteiras para o problema. Observa-se também que das



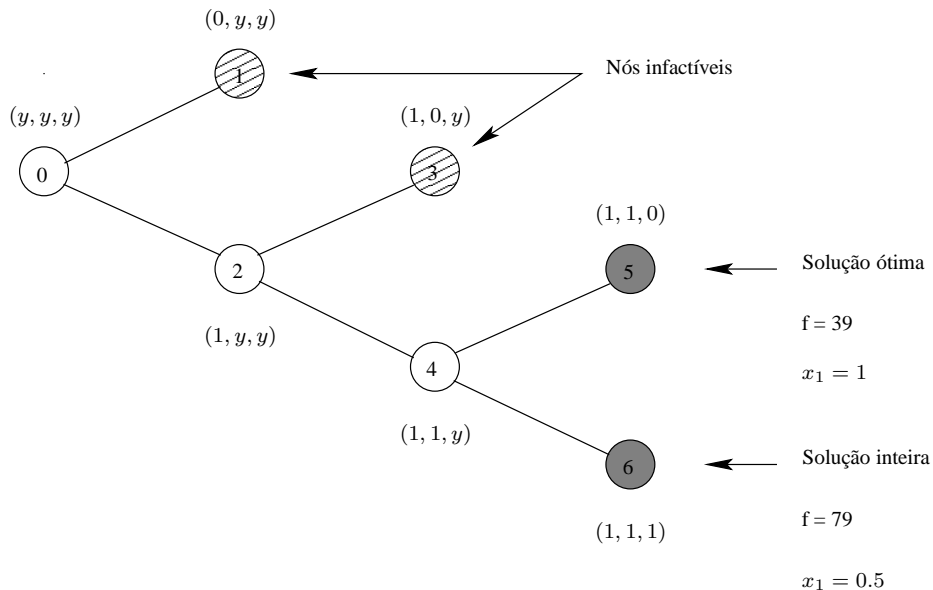


Figura 5.1: Árvore de B&B para problema genérico

duas soluções inteiras encontradas, a melhor solução é dada pelo nó 5. Esta solução é a ótima global do problema.

Como dito anteriormente um algoritmo B&B básico para problemas de PLIM é conceitualmente muito simples, porém apresenta complexidade na implementação computacional, além de dificuldades na aplicação em problemas reais de grande porte. Para problemas de pequeno a médio porte, um algoritmo B&B básico apresenta excelente desempenho computacional, porém para problemas muito grandes, com um número elevado de variáveis inteiras ou discretas, este tipo de algoritmo apresenta limitações relacionadas ao esforço computacional e ao armazenamento de informações dos nós da árvore de B&B. Desta forma é fundamental que em aplicações reais sejam introduzidas melhorias no algoritmo que possibilitem eliminar o máximo possível o número de nós da árvore de B&B, ou seja, adquirir critérios de sondagens eficientes, obter bons limitantes do valor da função objetivo (incumbente inicial) e utilizar um método eficaz de busca dos subproblemas na árvore de B&B.

Uma das estratégias de escolha do subproblema candidato que é utilizada para auxiliar na construção da árvore de B&B, é a regra LIFO (*Last in, First Out* - último a entrar, primeiro a sair), que utiliza uma estrutura de dados do tipo pilha. Pilha é uma lista linear de dados de uma única entrada em que o primeiro elemento a entrar na lista é o último a sair. A regra LIFO estabelece que um dos dois últimos nós armazenados é o nó mais cotado para produzir mais rapidamente uma solução inteira factível. Isto se deve ao fato de que um grande número de variáveis inteiras foram fixadas para valores inteiros.

A regra LIFO funciona da seguinte forma. Quando dois ramos em um nó corrente são formados,

o nó selecionado é o nó associado com o ramo que possui menor limite inferior. O nó remanescente é armazenado na lista de subproblemas na ordem em que foi gerado (Taha, 1975). Se os dois últimos nós são sondados, é feita uma varredura na lista de subproblemas armazenados para escolher o próximo subproblema que será dividido.

Os critérios de sondagem de um algoritmo B&B para resolver problemas de PLIM possuem as seguintes características:

- Se a solução obtida de um determinado subproblema for inteira, este nó é sondado e passa pela seguinte análise: se esta solução inteira for a primeira solução inteira encontrada, então esta se torna a incumbente corrente, caso contrário compara-se o resultado atual com a incumbente existente e escolhe-se a de menor valor;
- Se a solução corrente não é inteira, mas o valor da função objetivo do subproblema corrente é maior que a incumbente, este nó é sondado. Neste caso o que ocorre é que para problemas lineares a função objetivo de um subproblema sucessor sempre é maior ou igual a função objetivo do antecessor, assim qualquer solução inteira encontrada dentro da região factível deste subproblema, não será de melhor qualidade que a melhor solução já encontrada.
- Se o problema não possui solução factível (os casos de infactibilidade do problema variam de acordo com o problema que se está resolvendo). Quando um subproblema é infactível, todos os subproblemas sucessores a este, também serão infactíveis. Sendo assim, este nó é descartado.

Uma observação importante é que um problema sucessor como  $PC_1$  é o problema  $PC_0$  acrescentado de uma restrição linear. Assim, a região factível de  $PC_1$  é menor ou igual que a região factível de  $PC_0$ . Considerando um problema de minimização, a função objetivo de  $PC_1$  deve ser maior ou igual que a função objetivo de  $PC_0$ .

Um algoritmo B&B eficiente depende de várias decisões que devem ser tomadas durante o processo de resolução. Sabe-se que o melhor algoritmo B&B é aquele que gera um número menor de nós na árvore de B&B pois assim realiza um menor número de soluções de um problema de PL. Os algoritmos de B&B mais eficientes são os algoritmos especializados, isto é, os algoritmos que incorporam as características específicas do problema sob análise. Para cada tipo de problema podem ser geradas estratégias eficientes de sondagem ou ainda, podem ser geradas informações adicionais com novas restrições que ao serem incorporadas ao problema melhoram os testes de sondagem, reduzindo significativamente a dimensão da árvore de B&B. (Estevam, 2008)

Algumas desvantagens do B&B são:

1. Quando o problema é muito complexo, gerando um número excessivo de combinações, o algoritmo B&B não converge porque demanda tempo de processamento proibitivo.

2. Geralmente, devido também a um número excessivo de combinações, ocorrem problemas de memória para armazenar a informação que identifica cada subproblema não sondado.
3. Exige um elevado nível de programação para implementar um software eficiente; e
4. Para resolver um problema de PISD, é necessário que um problema de PNL seja resolvido para cada nó da árvore de B&B.

Existem quatro tópicos, que serão analisados de forma independente nas próximas seções, relacionados com os algoritmos B&B para problemas de programação não-linear inteiro misto. Esses tópicos são os seguintes, (Rider, 2006):

1. os testes de sondagem;
2. a escolha da variável para separação dos subproblemas;
3. a escolha do próximo subproblema que deve ser resolvido;
4. a forma de trabalhar com problemas de programação não linear.

## 5.2 O Problema de Programação Não Linear

Um problema de PISD é um problema de programação não-linear inteiro misto, e é apresentado nas Eqs. (3.1) – (3.16). Sabe-se que este é um problema combinatorial complexo que pode levar a um número muito elevado de combinações a serem testadas. Para resolver este problema foi utilizado um algoritmo B&B que resolve a cada iteração um problema de PNL. Este problema de PNL é obtido através da relaxação da integralidade das variáveis de investimento referentes aos circuitos, subestações, bancos de capacitores fixos e reguladores de tensão. No algoritmo B&B é utilizado o modelo 2 do regulador de tensão apresentado no Capítulo 3. Outra modificação importante que deve ser feita no modelo de PISD é a inclusão de uma variável de corte de carga, que serve para indicar casos de infactibilidade da operação do sistema que são utilizados para realizar a sondagem.

O problema de PNL resolvido a cada iteração do algoritmo B&B é dado pelas Eqs. (5.2) – (5.23).

$$\begin{aligned}
 \min f = & \kappa_l \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (c_{ij,a} n_{ij,a} l_{ij}) + \kappa_s \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{f_i} m_i) + \kappa_q \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (c_{q_u} q_{i,u}) + \\
 & \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_r} (c_{r_{ij}} r_{ij}) + \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{s_d} \sum_{i \in \Omega_{bs}} (c_{v_{i,d}} (P_{S_{i,d}}^2 + Q_{S_{i,d}}^2)) + \\
 & \sum_{d \in \Omega_d} \delta_{l_d} c_{l_d} \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (g_{ij,a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) (V_{i,d}^2 + V_{j,d}^2 - 2V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d})) +
 \end{aligned}$$

$$\delta_p \sum_{d \in \Omega_d} \sum_{i \in \Omega_b} (cc_{i,d}) + \delta_q \sum_{i \in \Omega_b} (cq_i) \quad (5.2)$$

s.t.

$$P_{i,d} - P_{S_{i,d}} + (1 - cc_{i,d})P_{D_{i,d}} = 0 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (5.3)$$

$$Q_{i,d} - Q_{S_{i,d}} - (1 - cq_i)V_{i,d}^2 \sum_{u \in \Omega_u} B_{shu}(q_{i,u}^0 + q_{i,u}) + (1 - cc_{i,d})Q_{D_{i,d}} = 0 \quad \forall u \in \Omega_u, i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (5.4)$$

$$1 - \frac{\Delta V_{min}}{100} \leq V_{i,d} \leq 1 + \frac{\Delta V_{max}}{100} \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (5.5)$$

$$P_{S_{i,d}}^2 + Q_{S_{i,d}}^2 \leq (\bar{S}_i^0 + m_i \bar{S}_i)^2 \quad \forall i \in \Omega_{b_s}, \forall d \in \Omega_d \quad (5.6)$$

$$P_{ij,a,d}^2 + Q_{ij,a,d}^2 \leq ((n_{ij,a}^0 + n_{ij,a})\bar{S}_{ij,a})^2 \quad \forall ij \in \Omega_f, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (5.7)$$

$$-r_{ij}\Delta t_{ij} \leq t_{ij,d} - 1 \leq r_{ij}\Delta t_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_r, \forall d \in \Omega_d \quad (5.8)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5.9)$$

$$\sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u}) \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5.10)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_r} (r_{ij}^0 + r_{ij}) \leq \overline{nr} \quad (5.11)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} \sum_{u \in \Omega_u} (q_{i,u}^0 + q_{i,u}) \leq \overline{nq} \quad (5.12)$$

$$0 \leq n_{ij,a} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (5.13)$$

$$n_{ij,a}^k = 0 \text{ ou } n_{ij,a}^k = 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a, \forall k \in \Omega_k \quad (5.14)$$

$$0 \leq m_i \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_{b_s} \quad (5.15)$$

$$m_i^k = 0 \text{ ou } m_i^k = 1 \quad \forall i \in \Omega_{b_s}, \forall k \in \Omega_k \quad (5.16)$$

$$0 \leq q_{i,u} \leq 1 \quad \forall u \in \Omega_u, \forall i \in \Omega_b \quad (5.17)$$

$$q_{i,u}^k = 0 \text{ ou } q_{i,u}^k = 1 \quad \forall u \in \Omega_u, \forall i \in \Omega_b, \forall k \in \Omega_k \quad (5.18)$$

$$0 \leq r_{ij} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_r \quad (5.19)$$

$$r_{ij}^k = 0 \text{ ou } r_{ij}^k = 1 \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall k \in \Omega_k \quad (5.20)$$

$$0 \leq cc_{i,d} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b, \forall d \in \Omega_d \quad (5.21)$$

$$0 \leq cq_i \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (5.22)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (n_{ij,a}^0 + n_{ij,a}) = n_b - n_{b_s} - n_{b_r} \quad (5.23)$$

É importante que os fatores de penalidade das variáveis  $cc_{i,d}$  e  $cq_i$  tenham um valor maior que a soma dos custos de investimento e operação do sistema, porque assim força-se que o corte cargas somente seja feito para garantir a factibilidade do problema de PNL. A diferença entre o problema

de PNL resolvido pelo AHC e o problema de PNL resolvido pelo algoritmo B&B é que neste último não são acrescentadas variáveis para a adição de elementos ao sistema, no algoritmo B&B são acrescentados  $n_{ij,a}^k$ ,  $m_i^k$ ,  $q_{i,u}^k$  e  $r_{ij}^k$  que são as variáveis de investimento que podem ser escolhidas pelo algoritmo B&B para separar o subproblema do nó  $k$  em dois novos subproblemas. Estas variáveis representam o número de circuitos, subestações, bancos de capacitores fixos e reguladores de tensão, respectivamente, e são quem definem as características do problema de PNL que é resolvido a cada nó da árvore de B&B.

A escolha da variável de separação e dos critérios de sondagem, bem como da escolha do subproblema a ser resolvido são de extrema importância para o algoritmo B&B, pois interferem diretamente no número de nós criados e conseqüentemente no número de iterações do algoritmo.

### 5.3 Escolha do Subproblema e da Variável de Separação

A complexidade da construção da árvore de B&B é principalmente dependente da escolha do próximo nó a ser examinado e da escolha da variável de separação nos nós da árvore. Assim, se o nó corrente não é uma solução para o problema de PNL, uma varredura na lista de nós armazenados é feita utilizando a regra LIFO. A escolha do subproblema a ser examinado é feita de acordo com o valor da função objetivo de cada subproblema gerado. Desta forma, o nó que possuir o menor valor para a função objetivo é o nó escolhido para a próxima subdivisão. Caso os dois últimos nós armazenados sejam descartados por um dos critérios de sondagem, uma busca pela menor função objetivo é feita em toda a árvore de B&B.

Por sua vez, as variáveis de separação do algoritmo são escolhidas seguindo o mesmo critério apresentado no AHC. Se a variável de separação é uma subestação, então é escolhida a subestação que pode fornecer a maior quantidade de potência aparente ao sistema. Se a variável de separação é um banco de capacitores, então é escolhido o banco de capacitores com o maior valor de potência reativa que está sendo injetada no sistema. Se a variável de separação é um circuito ou um regulador de tensão, então é escolhido o que apresenta o maior valor de fluxo de potência aparente partindo sempre de uma subestação ou de um nó já conectado ao sistema, construindo assim uma árvore. Esta estratégia é utilizada para criar um novo critério de sondagem. O critério de escolha das variáveis de separação foi utilizado baseando-se nos bons resultados encontrados pelo AHC.

### 5.4 Critério de Sondagem

Neste trabalho os critérios de sondagem foram utilizados da forma descrita a seguir. Um nó é descartado quando:

1. **A variável de separação de circuitos escolhida criar uma malha.** Quando uma variável de separação de circuitos é escolhida, dois subproblemas são gerados, quando o subproblema apresenta a variável de separação com seu limitante inferior igual a 1, é verificado se este subproblema gera uma malha ou não. Para isto a equação Eq. (5.23) é utilizada considerando apenas os circuitos que já foram adicionados ao sistema mais o circuito que se deseja adicionar;
2. **A solução do problema relaxado de PISD possuir corte de carga ou corte de fontes de potência reativa.** O corte de carga e o corte de fontes de potência reativa não são uma situação desejada pelo sistema de distribuição, assim toda vez que um subproblema apresenta esta situação a operação do sistema é infactível;
3.  $v_k > v^*(1 + \epsilon)$ , onde  $v_k$  é o valor da função objetivo do subproblema  $k$  e  $v^*$  é o valor da incumbente corrente, este teste de sondagem é uma extensão do problema de PLIM, neste caso é utilizado um fator de segurança  $\epsilon$  que tem como objetivo evitar que, devido a não convexidade do problema, os nós que poderiam encontrar boas soluções para o problema de PISD, sejam descartados. Este procedimento aumenta o número de problemas de PNL a serem resolvidos, mas por outro lado ajuda o problema a encontrar soluções de melhor qualidade;
4. **A solução encontrada for inteira.** Quando uma solução é inteira, ou seja, todas as variáveis de investimento do problema têm valores inteiros, deve-se avaliar o valor dessa solução, pois se  $v_k^* < v^*$ , então  $v^* = v_k^*$ .

Devido ao relaxamento da natureza binária das variáveis de investimento do problema de PISD, uma malha pode ser criada durante o processo iterativo do algoritmo B&B (nó corrente da árvore de B&B). O teste de sondagem 1 tem como objetivo eliminar este nó e seus descendentes, também malhados, sem que haja necessidade de resolver um problema de PNL.

Quando se quer resolver um problema de PLIM utilizando um algoritmo B&B, deve-se levar em conta que a função objetivo de um subproblema sucessor sempre é maior ou igual a função objetivo do antecessor. Quando se trata de um problema de PNLIM, esta propriedade não está garantida, e isso se deve à não convexidade do problema. Nesse caso foi necessário introduzir um fator de segurança  $\epsilon$  para contornar possíveis problemas com o aparecimento de ótimos locais na resolução dos problemas de PNL. Desta forma, para que um subproblema seja descartado, este deve ter um limite inferior maior que a incumbente acrescido de um valor adicional de segurança.

O exemplo da Figura 5.2 ilustra a importância do fator de segurança  $\epsilon$  para o processo de sondagem do algoritmo B&B para resolver um problema de PNLIM. Analisando o caso apresentado pela Figura 5.2 tem-se que, pela característica não-convexa do problema, é possível que o mínimo local (nó  $l$ ) possa fazer com que o nó  $k$  seja descartado, nó este que leva a solução ótima do problema. A utilização de um fator de segurança garante, neste caso, que o ótimo global seja encontrado. Assim,

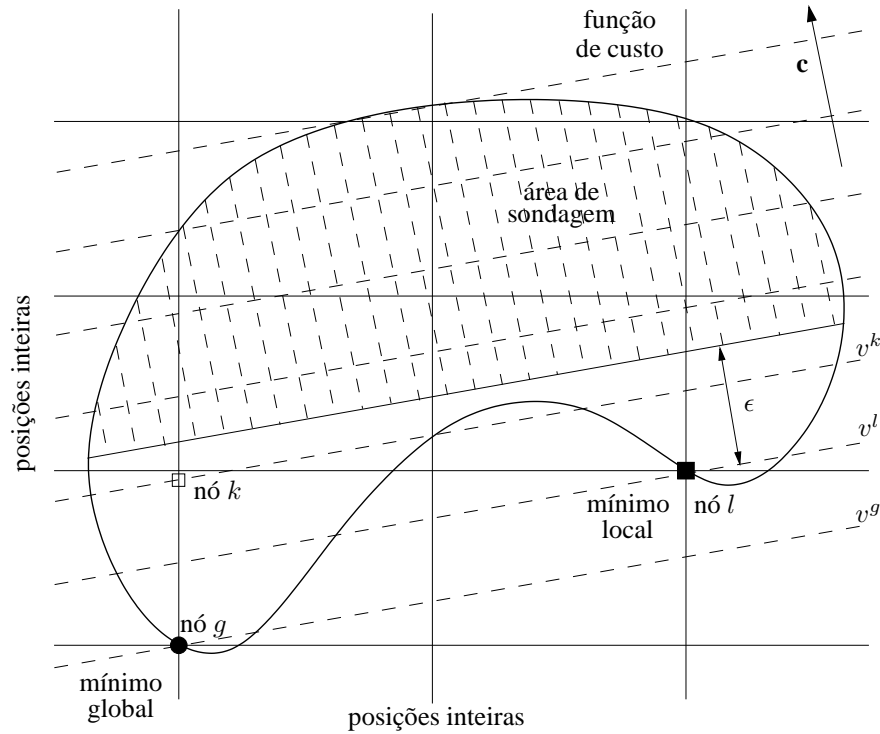


Figura 5.2: Espaço de busca de um problema não-convexo

este procedimento mostra que para problemas não convexos um fator de segurança garante melhores soluções, ótimos locais de melhor qualidade. Desta forma a inclusão de um fator de segurança no processo de sondagem aumenta a possibilidade de se encontrar um mínimo global. De forma mais geral, devido a não-convexidade do problema é possível que o mínimo local (nó  $l$ ) faça com que (sem fator de segurança  $\epsilon$ ) os nós que possam ajudar a encontrar o mínimo global (nó  $g$ ) sejam descartados, como por exemplo o nó  $k$  ( $v^k > v^l$ ). O valor do fator de segurança  $\epsilon$  garante que o nó  $k$  não seja descartado ( $v^k < (1 + \epsilon)v^l$ ), e ajude ao algoritmo B&B na convergência para o mínimo global.

Assim, a proposta apresentada aumenta a probabilidade de encontrar o mínimo global, mas é possível que um número adicional de problemas de PNL sejam resolvidos. Neste trabalho assume-se um valor de  $\epsilon$  igual a uma porcentagem do  $v^*$  e é calculado de forma heurística a partir das simulações dos sistemas testados.

## 5.5 Fluxograma

O algoritmo B&B para resolver o problema de PISD é apresentado na Figura 5.3 e possui os seguintes passos: após serem definidos a incumbente inicial, o fator de segurança que são os dados referentes ao algoritmo B&B, e de definir o fator de penalidade de corte de carga e corte de fontes

de potência reativa que é um dado referente ao problema de PNL, verifica-se a factibilidade e a integralidade do problema inicial. Se o problema de PISD é infactível, é necessário redefini-lo e fazer uma nova avaliação. Se o problema é factível e inteiro, a solução do problema foi encontrada. Caso contrário, o problema é subdividido em dois subproblemas que serão gerados pela escolha da variável de separação mais atraente, ou seja, a variável de separação que apresenta, nesta ordem, os valores dados pelas Eqs. (4.1), (4.3) e (4.2).

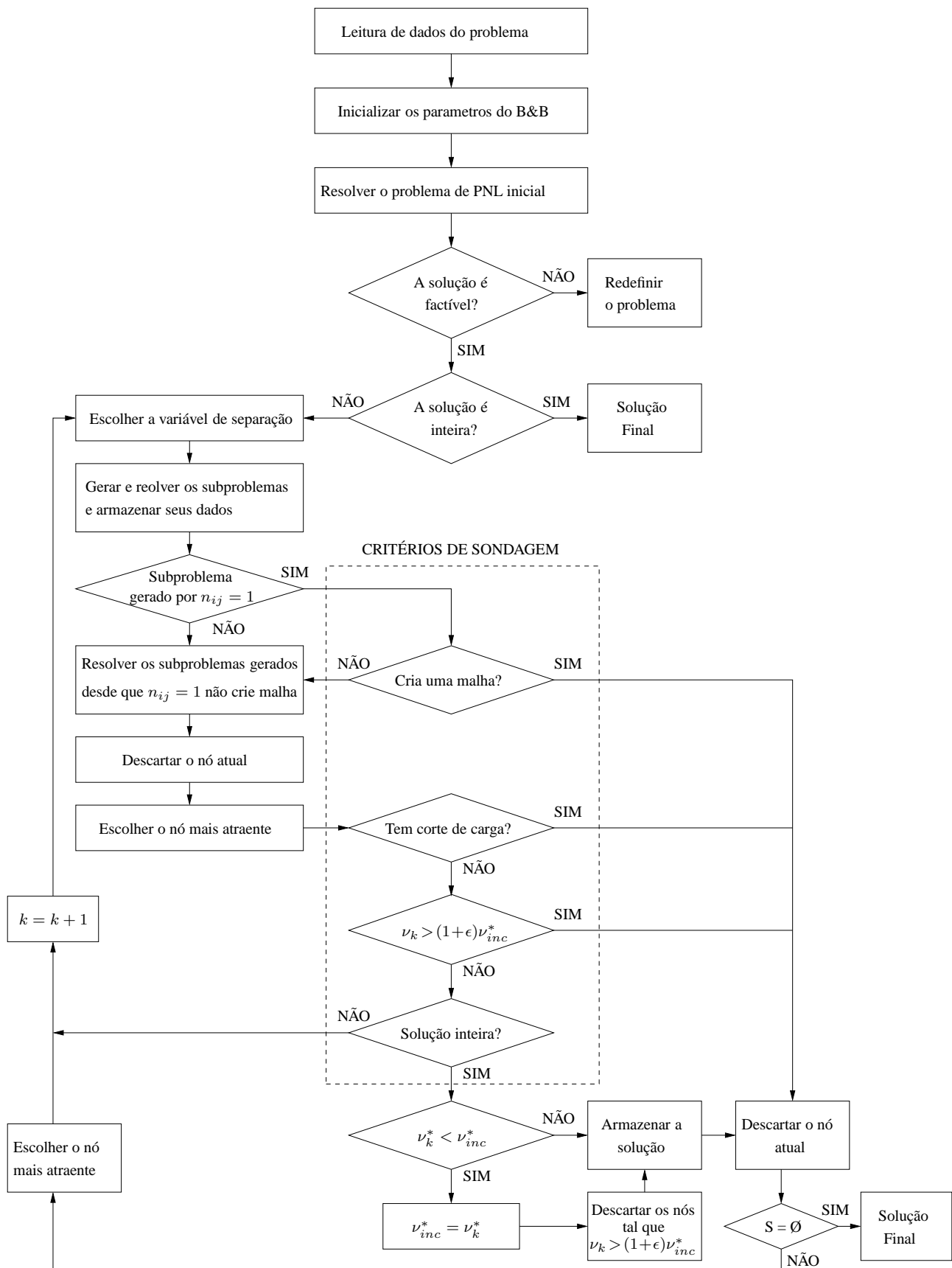
O próximo passo é verificar se a variável de separação (quando  $n_{ij,a}^k = 1$ ) do problema corrente, juntamente com os circuitos já adicionados, cria ou não uma malha no sistema. Caso uma malha seja criada, não há necessidade de avaliação do nó através da solução de um PNL, desta forma diminui-se o número de PNLs a serem resolvidos e a dimensão da árvore de B&B. Caso contrário, o passo seguinte é avaliar os outros critérios de sondagem apresentados na seção 5.4. Se o nó corrente não é descartado, outros dois subproblemas são criados e o processo é repetido até que todos os nós da árvores de B&B tenham sido sondados ou um número máximo de iterações seja atingido. Na Figura 5.3  $S$  é o conjunto de nós da árvore de B&B não sondados.

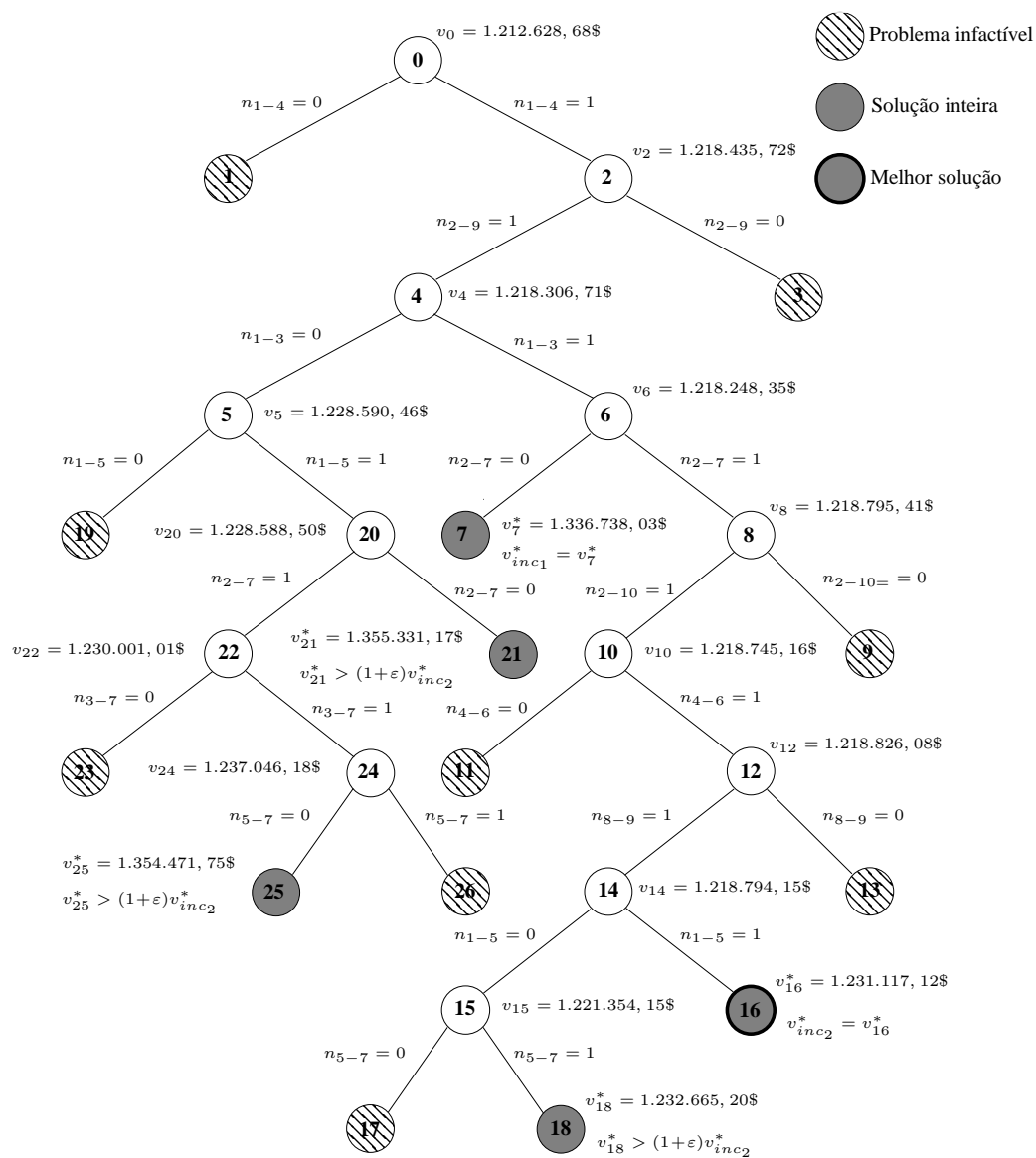
## 5.6 Exemplo Numérico

O exemplo numérico para mostrar a solução do algoritmo B&B proposto neste trabalho é o mesmo apresentado na seção 4.4.

A Figura 5.4 ilustra a árvore construída pelo algoritmo B&B proposto. Neste exemplo pode-se observar que alguns nós foram descartados porque o subproblema resolvido em determinados nós apresentaram solução infactível (corte de carga). Um fato interessante a ser notado é o caminho de convergência do algoritmo, pois sendo um problema de PNLIM o valor da função objetivo não é crescente, assim pode crescer ou decrescer à medida que a árvore de B&B é construída. Fato este que exemplifica a importância de adotar um fator de segurança para a função objetivo. É possível observar na Figura 5.4 que cinco soluções inteiras factíveis foram encontradas e a melhor solução encontrada pelo algoritmo B&B é a mesma encontrada pelo AHC na seção 4.4, pode-se observar também que a sequência em que os circuitos foram adicionados ao sistema é mesma que no AHC. Para encontrar a melhor solução para o exemplo ilustrativo foram resolvidos 27 problemas de PNL.





Figura 5.4: Árvore do Algoritmo *Branch and Bound* para o exemplo ilustrativo



# Capítulo 6

## Resultados

O AHC e o algoritmo B&B não linear propostos para resolver o problema de PISD foram escritos em AMPL (*a mathematical programming language*) (Fourer et al., 2003) e a solução dos problemas de PNL foram obtidas através do “*solver*” comercial de programação não linear KNITRO (*Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer*) (Byrd et al., 2006). Dez sistemas de distribuição de energia elétrica foram testados para quatro diferentes tipos de problemas: planejamento de circuitos e subestações, alocação ótima de capacitores, alocação ótima de reguladores de tensão e planejamento integrado do sistema de distribuição. Os dados dos sistemas de distribuição utilizados nos testes são mostrados no Apêndice A.

Nos testes realizados para o planejamento considerando apenas construção de circuitos foram utilizados os sistemas de 23, 33, 84, 119 barras, um sistema de 136 barras com 1 subestação e um sistema de 136 barras com 2 subestações. O teste realizado com o sistema de 23 barras considera um sistema que possui uma subestação construída e 35 rotas factíveis para a construção de circuitos. Os sistemas de 33, 84, 119 e 136 barras são sistemas radiais existentes porém com possibilidade de criar diversas configurações radiais, o objetivo deste teste é encontrar uma topologia radial com mínimas perdas de potência ativa no sistema. Para o sistema de 136 barras com 2 subestações foi feito um teste em que são consideradas a transferência de cargas que são alimentadas por uma subestação para serem alimentadas pela outra subestação. Para os testes considerando a construção de circuitos e subestações conjuntamente foram utilizados os sistemas teste de 23 e 54 barras. Em que o sistema de 23 barras possui 2 subestações de 21 barras de carga e 35 rotas factíveis. O sistema de 54 barras possui 2 subestações construídas e 2 subestações propostas que podem ser construídas, 17 circuitos existentes e 44 rotas factíveis para a construção de novos circuitos, neste teste foi considerada a possibilidade de recondutoramento dos circuitos existentes e a repotenciação das subestações existentes. Nos testes feitos considerando alocação ótima de bancos de capacitores e reguladores de tensão foram utilizados os sistemas teste de 70, 136, 202 e 400 barras. Nos testes feitos considerando o planeja-

mento integrado os sistemas utilizados foram o sistema de 54 barras e o sistema de 136 barras e 2 subestações, que foram adaptados para resolver o problema de PISD, também é mostrado um teste utilizando o sistema de 136 barras e 2 subestações utilizado no teste com transferência de cargas.

## 6.1 Planejamento de Circuitos e Subestações

### 6.1.1 Sistema de Distribuição de 23 barras

O sistema de distribuição de 23 barras (Nahman e Peric, 2008) e citepjfgomez04, é uma rede de distribuição de 34,5kV, alimentada por uma subestação de 10MVA, que alimenta uma área de produção de óleo com 21 barras de carga. As rotas viáveis propostas são mostradas na Figura 6.1. Todos os condutores são de alumínio 1/0 e 4/0 e são utilizados os parâmetros encontrados em (Grigsby, 2001).

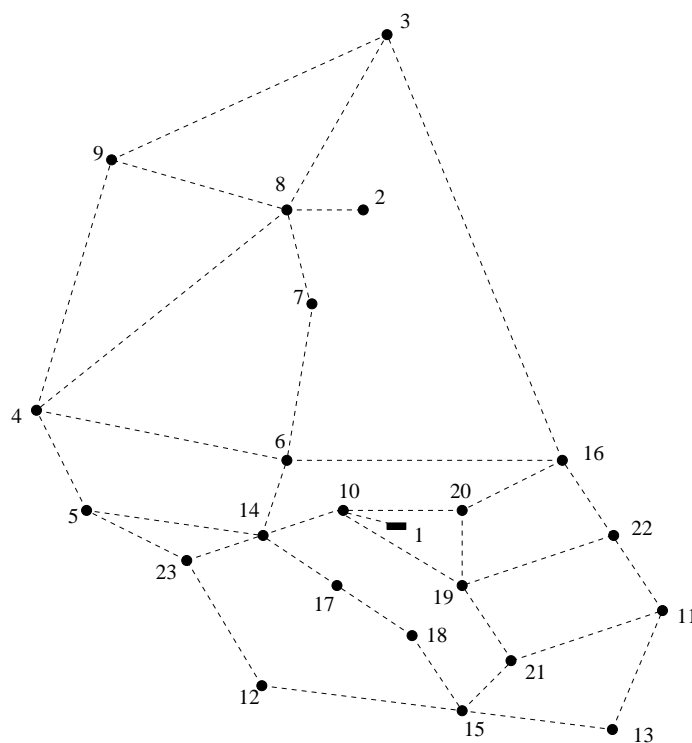


Figura 6.1: Sistema de 23 barras - Rotas factíveis propostas

Dois tipos de testes são realizados: *Teste 1* - planejamento considerando somente construção de circuitos; *Teste 2* - planejamento considerando construção de circuitos e subestações. Para os testes realizados, o desvio máximo de tensão permitido é de 3%, o fator de potência médio é igual a 0,9, o custo de perdas de energia é de 0,05 US\$/kWh, o fator de perdas é 0,35, a taxa de juros é 0,1 e

o período de planejamento é de 20 anos. Para este sistema o fator de segurança é igual a 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000.

### Teste 1 - Planejamento Considerando Somente Construção de Circuitos

Este teste tem o objetivo de mostrar uma comparação entre os resultados obtidos com os métodos propostos e os resultados apresentados na literatura utilizando meta-heurísticas, (Gómez et al., 2004) e (Nahman e Peric, 2008). A Tabela 6.1 mostra a sequência na qual os circuitos foram adicionados ao sistema pelo AHC, o custo dos circuitos, o custo das perdas de potência ativa e o custo total de investimento. Os circuitos adicionados na fase de melhoria local também são mostrados. Devido à presença de apenas 1 subestação no sistema, é possível saber antecipadamente o número total de iterações do AHC que é igual a  $2(n_b - n_{b_s}) + 1$ . O AHC resolveu um total de 45 problemas de PNL. O tempo computacional total gasto pelo AHC foi de 28,98s. A solução do problema de PISD é mostrada na Figura 6.2.

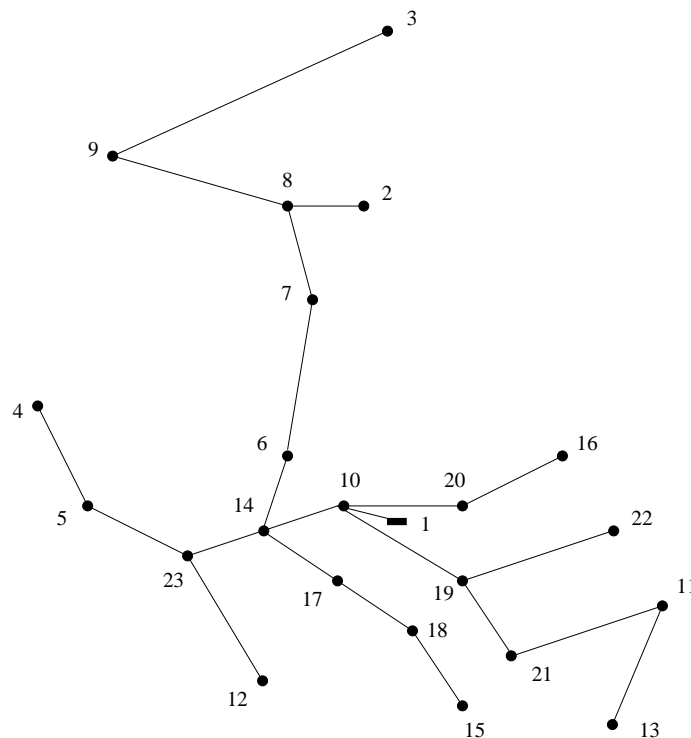


Tabela 6.1: Sistema de 23 barras - Processo Iterativo do AHC para o Teste 1

Iterações do AHC	Circuitos adicionados	Custo do circuito (US\$)	Custo de Perdas (US\$)	Custo Total (US\$)
0	–	0	37.851	37.851
1	$n_{01-10}^+ = 1$	2.021	37.701	39.722
2	$n_{10-14}^+ = 1$	6.318	37.750	44.068
3	$n_{06-14}^+ = 1$	14.495	36.848	51.343
4	$n_{10-19}^+ = 1$	20.444	36.848	57.292
5	$n_{06-07}^+ = 1$	28.625	31.666	60.291
6	$n_{07-08}^+ = 1$	35.491	31.667	67.158
7	$n_{14-23}^+ = 1$	40.351	31.667	72.018
8	$n_{19-21}^+ = 1$	45.901	31.666	77.567
9	$n_{19-22}^+ = 1$	51.728	31.667	83.395
10	$n_{03-08}^+ = 1$	78.807	25.912	104.719
11	$n_{10-20}^+ = 1$	85.780	24.117	109.896
12	$n_{05-23}^+ = 1$	92.189	24.066	116.255
13	$n_{14-17}^+ = 1$	96.671	24.069	120.739
14	$n_{15-21}^+ = 1$	102.740	24.065	126.805
15	$n_{11-21}^+ = 1$	109.134	24.067	133.200
16	$n_{03-09}^+ = 1$	127.336	22.407	149.742
17	$n_{04-05}^+ = 1$	136.738	20.987	157.725
18	$n_{12-23}^+ = 1$	143.523	19.946	163.470
19	$n_{16-20}^+ = 1$	148.542	19.947	168.488
20	$n_{11-13}^+ = 1$	153.594	19.946	173.541
21	$n_{17-18}^+ = 1$	158.006	19.946	177.952
22	$n_{02-08}^+ = 1$	158.762	19.947	178.709
. Iterações FML	Circuito removido/adicionado	Custo de Circuito (US\$)	Custo de Perdas (US\$)	Custo Total (US\$)
1	$n_{03-08}^+ = 0$			
	$n_{08-09}^+ = 1$	152.250	19.921	172.171
2	$n_{15-21}^+ = 0$			
	$n_{15-18}^+ = 1$	151.892	20.227	172.119

entre o número total de nós da árvore e o número de problemas de PNL resolvidos se deve ao teste de sondagem da radialidade do sistema, quando o circuito adicionado forma uma malha, o nó é descartado e não há necessidade de resolver um problema de PNL. O tempo computacional total gasto pelo algoritmo B&B foi de 1.705,84s.

Tabela 6.2: Sistema de 23 barras - Resumo dos resultados para o Teste 1 (US\$)

Soluções	Custo de circuitos	Custo de perdas	Custo total
(Gómez et al., 2004)	151.892	21.021	172.913
(Nahman e Peric, 2008)	151.892	21.007	172.899
AHC antes FML	158.762	19.947	178.709
AHC Final	151.892	20.227	172.119
B&B	151.892	20.227	172.119

A Tabela 6.2 mostra uma comparação entre os resultados apresentados nas referências (Nahman e Peric, 2008) e (Gómez et al., 2004) e os resultados obtidos pelos métodos propostos. Note que o custo de investimento total dos circuitos adicionados pelos métodos propostos é igual ao obtido pelas meta-heurísticas. O método proposto neste trabalho constrói o mesmo sistema que os métodos propostos em (Gómez et al., 2004; Nahman e Peric, 2008), porém encontrou um custo de operação total menor, esta diferença se deve ao fato de que nos métodos propostos, a tensão na subestação também é uma variável do problema. Assim, o limite de tensão para todas as barras do sistema é de  $(0,97 \text{ pu} \leq V \leq 1,03 \text{ pu})$  para este teste).

## Teste 2 - Planejamento da Rede de Distribuição e Subestações

Neste teste, a capacidade máxima da subestação do nó 1 foi modificada para 4 MVA e no nó 2 há uma subestação candidata com uma capacidade máxima de 4 MVA, com um custo de construção de 1000 kUS\$ e o custo de operação da subestação é de 0,01 US\$/VAh<sup>2</sup>.

A Figura 6.3 mostra a árvore do AHC. Nota-se que durante o processo iterativo duas ramificações foram criadas e a melhor solução encontrada foi a Solução 1. A topologia final do sistema é mostrada na Figura 6.4. O AHC resolveu 114 problema de PNL para encontrar as três soluções. O algoritmo B&B não linear resolveu 14.156 problemas de PNL, encontrou 493 soluções e construiu uma árvore de 14.774 nós. Ambos os métodos encontraram a mesma solução. Na Tabela 6.3 mostra um resumo dos resultados obtidos através dos métodos propostos. Os tempos computacionais totais gastos pelo AHC e pelo algoritmo B&B foram de 111,86s e 2.021,94s, respectivamente.



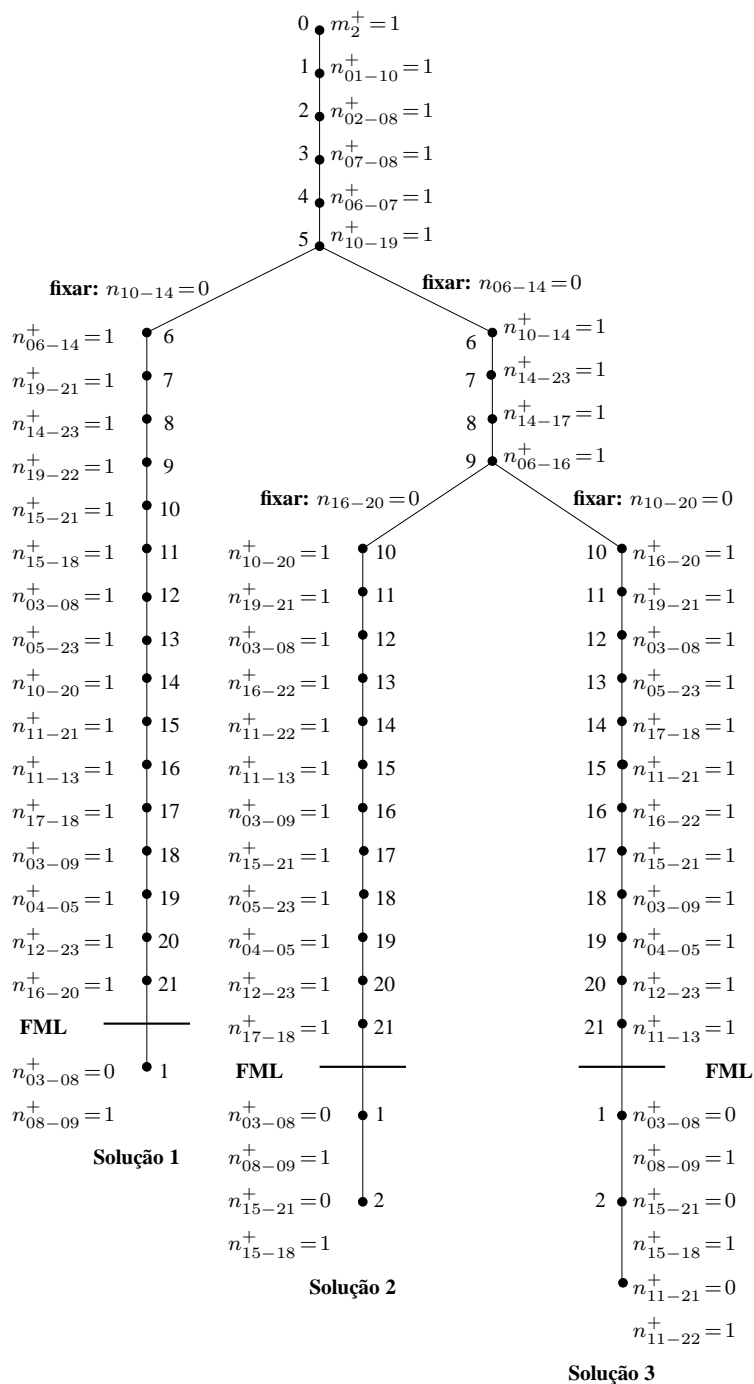


Figura 6.3: Sistema de 23 barras - Árvore do AHC para o Teste 2

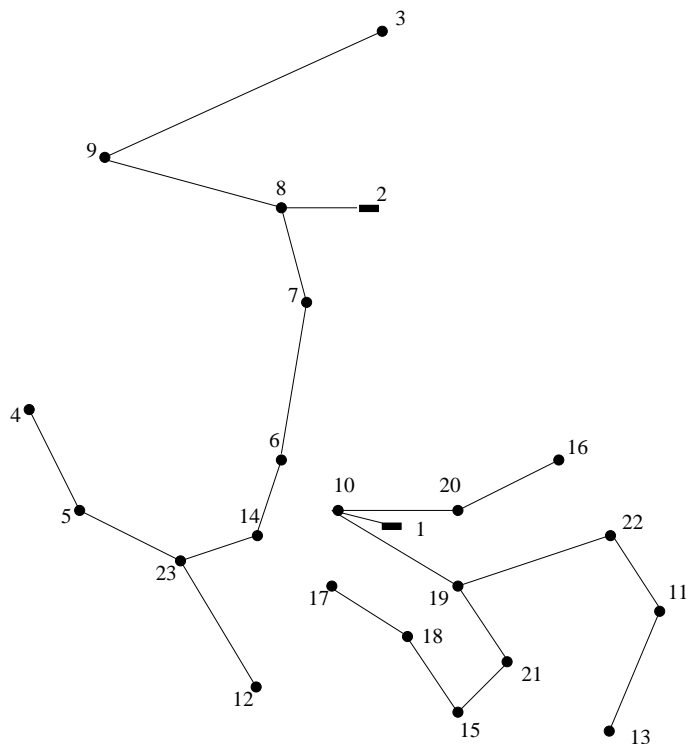


Figura 6.4: Sistema de 23 barras - Resultado do Teste 2

Tabela 6.3: Sistema de 23 barras - Resumo dos resultados para o Teste 2 (US\$)

Soluções	Custo de circuitos	Custo de perdas	Custo de subestações	Custo de operação	Custo total
AHC antes da FML	155.694	14.687	1.000.000	6.493.490	7.663.871
AHC Final	149.712	14.259	1.000.000	6.492.761	7.656.733
B&B	149.712	14.259	1.000.000	6.492.761	7.656.733

Tabela 6.4: Sistema de 54 barras - Resumo dos resultados (US\$)

Soluções	Custo de circuitos	Custo de perdas	Custo de subestações	Custo de operação	Custo total
AHC Final	39.576	2.777	540.000	2.933.618	3.515.970
B&B	39.576	2.777	540.000	2.933.618	3.515.970

### 6.1.2 Sistema de Distribuição de 54 barras

Este é um sistema de distribuição de 13,5kV, que pode fornecer um total de 1,078 MVA, para alimentar 50 barras de carga. Este teste tem como objetivo o planejamento da rede de distribuição considerando quatro subestações, sendo duas subestações existentes com eventuais possibilidades de expansão e duas subestações candidatas à construção, (Miranda et al., 1994). Também são considerados 17 circuitos existentes e 44 rotas factíveis para a construção de novos circuitos. Dois tipos de condutores foram utilizados. Para este teste, foi considerado um desvio máximo de tensão de 5 %, o fator de potência médio é igual a 0,9, o custo das perdas de energia é de 0,05 US\$/kWh, o fator de perdas é igual a 0,35, a taxa de juros é de 0,1, o custo de operação destas subestações é de 0,001 US\$/kVAh<sup>2</sup> e o período de planejamento se estende a 20 anos. A Figura 6.5 mostra os possíveis circuitos que podem ser construídos. Para este sistema o fator de segurança é igual a 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 30.000.

Neste teste, 151 problemas de PNL foram resolvidos pelo AHC, 2 ramificações foram feitas e 3 soluções foram encontradas em um tempo computacional total de 183,98s. A fase de melhoria local não modifica a solução encontrada pelo AHC. O algoritmo B&B não linear resolveu 16.733 PNL, encontrou 10 soluções e construiu uma árvore de 21.344 nós em um tempo computacional total de 4.343,03s. Ambos os métodos encontraram a mesma topologia mostrada na Figura 6.6. A Tabela 6.4 mostra um resumo dos resultados obtidos pelas duas metodologias. Nota-se que as metodologias construíram quatro sistemas radiais, e para atender as demandas destes sistemas, foram necessárias a construção de duas novas subestações (*S3* e *S4*) e a expansão da subestação *S1*.

### 6.1.3 Construção de Novos Circuitos para a Transferência de Cargas

Neste teste é utilizado um sistema de 136 barras, (Pereira, 2009), este sistema foi modificado para criar o caso de transferência de cargas. Este é um sistema de distribuição de 13,8kV, alimentado por duas subestações, 201 e 202, com 15MVA e 10MVA, respectivamente. As duas subestações alimentam um total de 134 barras de carga. Um aumento da carga alimentada pela subestação 202 é previsto. No entanto, no cenário atual, a subestação 202 está operando com sua capacidade máxima, e não tem recursos físicos para aumentar sua capacidade. Nesse caso, é necessário planejar uma transferência

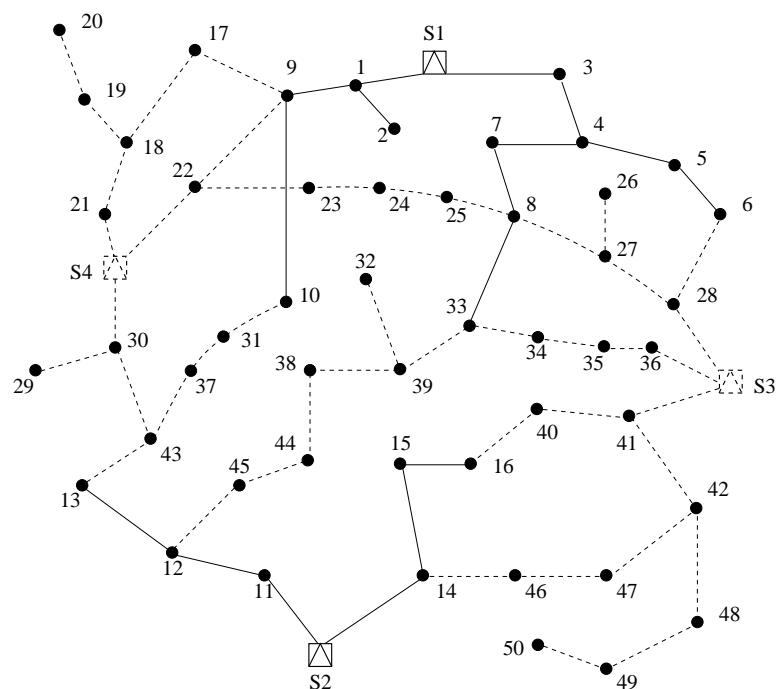


Figura 6.5: Sistema de 54 barras - Circuitos existentes e rotas factíveis propostas

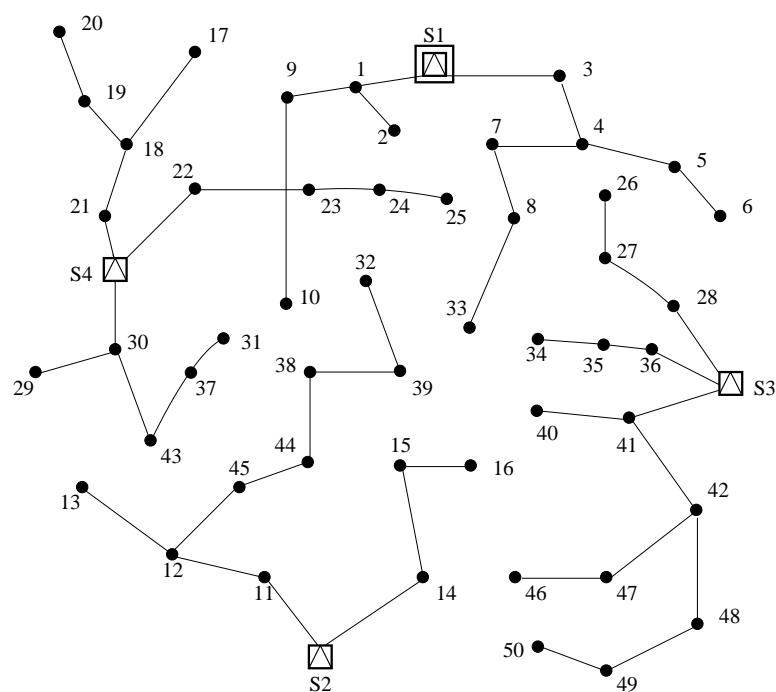


Figura 6.6: Sistema de 54 barras - Resultado

de cargas de uma subestação para outra, para isso, novos circuitos devem ser construídos, e circuitos existentes devem ser removidos (na realidade, abertos) para respeitar a restrição de radialidade. As linhas pontilhadas na Figura 6.7 representam os circuitos que podem ser adicionados ao sistema. Para resolver este problema, é necessário considerar a rede alimentada pela subestação 202 como uma rede a ser construída. No entanto não há nenhum custo de construção de circuitos já existentes (o custo é igual a zero).

Para este teste, a máxima queda de tensão admissível é de 7% e a sobretensão máxima é de 5%, o fator de potência médio é igual a 0,92, o custo das perdas de energia é de 0,1 US\$/Wh, o fator de perda é igual a 0,35, a taxa de juros é de 0,1, o custo de operação das subestação é de 0,1 US\$/kVAh<sup>2</sup>. O fator de segurança é igual a 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000.

Um resumo dos resultados obtidos pelo AHC e pelo B&B é mostrado na Tabela 6.5. No resultado apresentado pelo AHC, que pode ser visto na Figura 6.8, 15 cargas foram transferidas para serem alimentadas pela subestação 201 e a nova topologia do sistema tem 7 novos circuitos,  $n_{16-85}^+=1$ ,  $n_{31-136}^+=1$ ,  $n_{38-99}^+=1$ ,  $n_{51-97}^+=1$ ,  $n_{63-108}^+=1$ ,  $n_{45-114}^+=1$  e  $n_{45-118}^+=1$ , e 7 circuitos foram abertos,  $n_{84-85}^+=0$ ,  $n_{93-94}^+=0$ ,  $n_{96-97}^+=0$ ,  $n_{106-107}^+=0$ ,  $n_{108-109}^+=0$ ,  $n_{108-111}^+=0$  e  $n_{134-135}^+=0$ . O AHC resolveu 459 problemas de PNL, realizou 2 ramificações e encontrou 3 soluções em um tempo computacional total de 345,16s. Neste teste, a fase de melhoria local não modifica a solução encontrada pelo AHC.

No resultado apresentado pelo algoritmo B&B, que pode ser visto na Figura 6.9, 13 cargas foram transferidas para serem alimentadas pela subestação 201 e a nova topologia do sistema tem 6 novos circuitos,  $n_{16-85}^+=1$ ,  $n_{39-136}^+=1$ ,  $n_{38-99}^+=1$ ,  $n_{45-114}^+=1$ ,  $n_{45-118}^+=1$  e  $n_{63-108}^+=1$ , e 6 circuitos foram abertos,  $n_{82-84}^+=0$ ,  $n_{98-99}^+=0$ ,  $n_{106-107}^+=0$ ,  $n_{108-109}^+=0$ ,  $n_{108-111}^+=0$  e  $n_{134-135}^+=0$ . O algoritmo B&B não linear atingiu o limite máximo de iterações e resolveu 16.420 PNL, encontrou 118 soluções e construiu uma árvore de 20.000 nós em um tempo computacional total de 6.871,75s.

Pode-se observar que o AHC e o algoritmo B&B sugerem a transferências de cargas e a construção de novos circuitos considerando a redução das perdas de potência ativa de todo o sistema de distribuição e não somente o dos novos circuitos candidatos a serem adicionados.

Da Tabela 6.5 podemos observar que o custo total do resultado do AHC é maior comparado com o resultado do algoritmo B&B. Isto acontece porque os índices de sensibilidade (ver Cap. 4) são indicadores de caráter local e fortemente dependente dos elementos previamente adicionados pelo AHC, identificando a melhor estratégia para a configuração corrente.

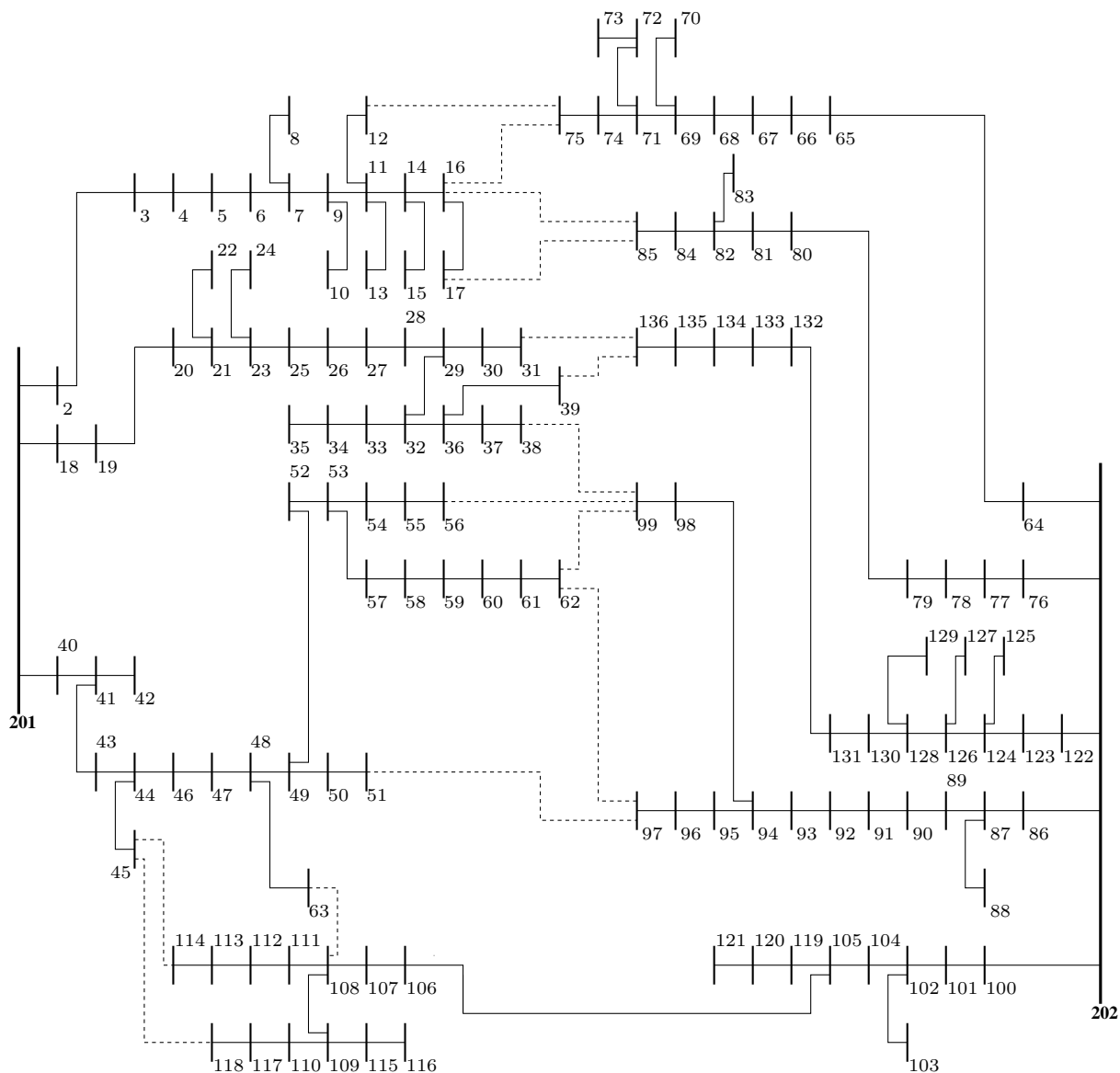


Figura 6.7: Sistema de 136 barras 2SE - Circuitos existentes e rotas factíveis propostas

Tabela 6.5: Sistema de 136 barras 2SE - Resumo dos resultados (kUS\$)

Soluções	Custo de circuitos	Custo de perdas	Custo de operação	Custo total
AHC Final	5.360	11.732	5.516.783	5.533.875
B&B	4.000	11.167	5.491.719	5.506.885

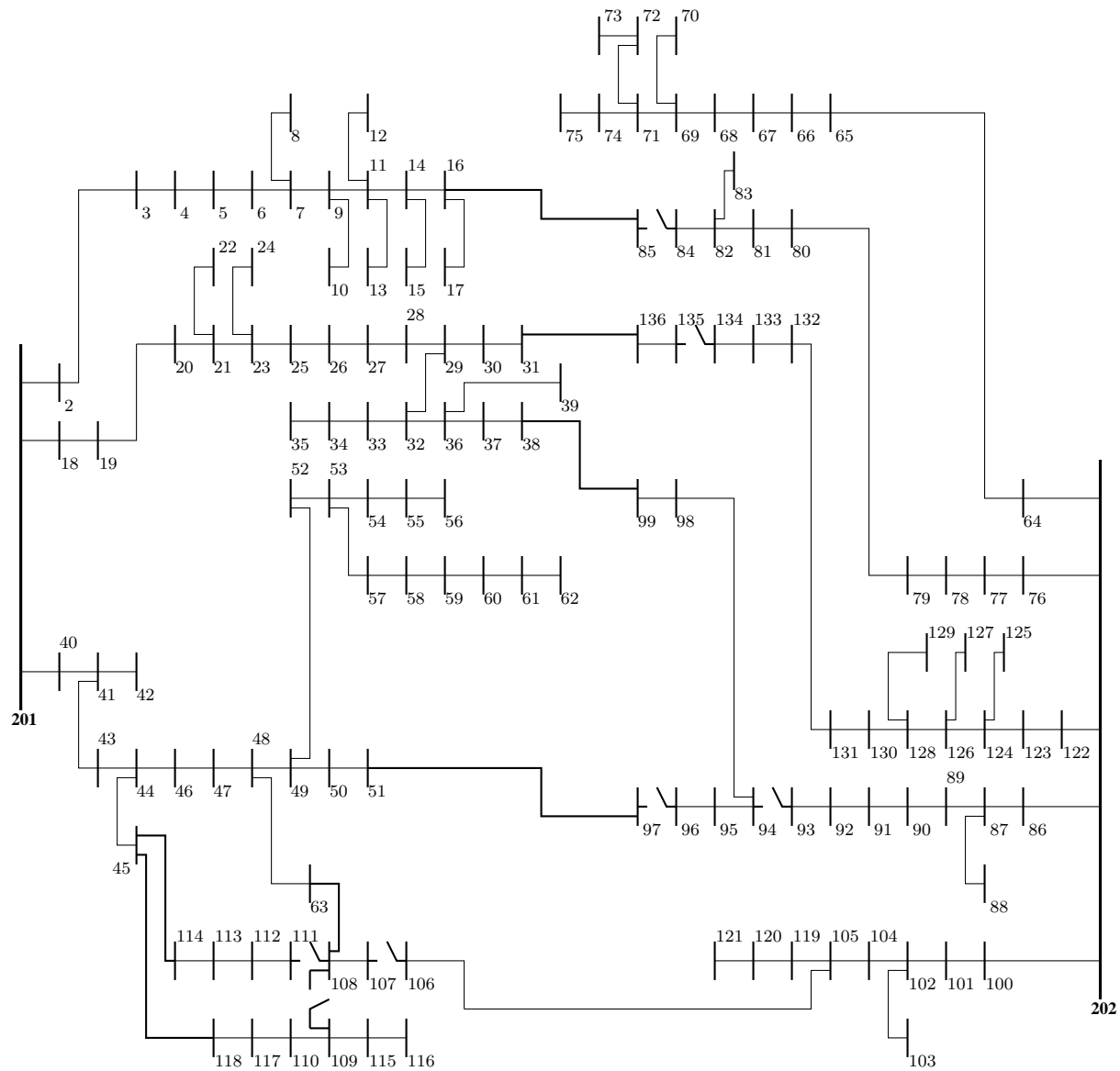


Figura 6.8: Sistema de 136 barras 2SE - Resultado AHC

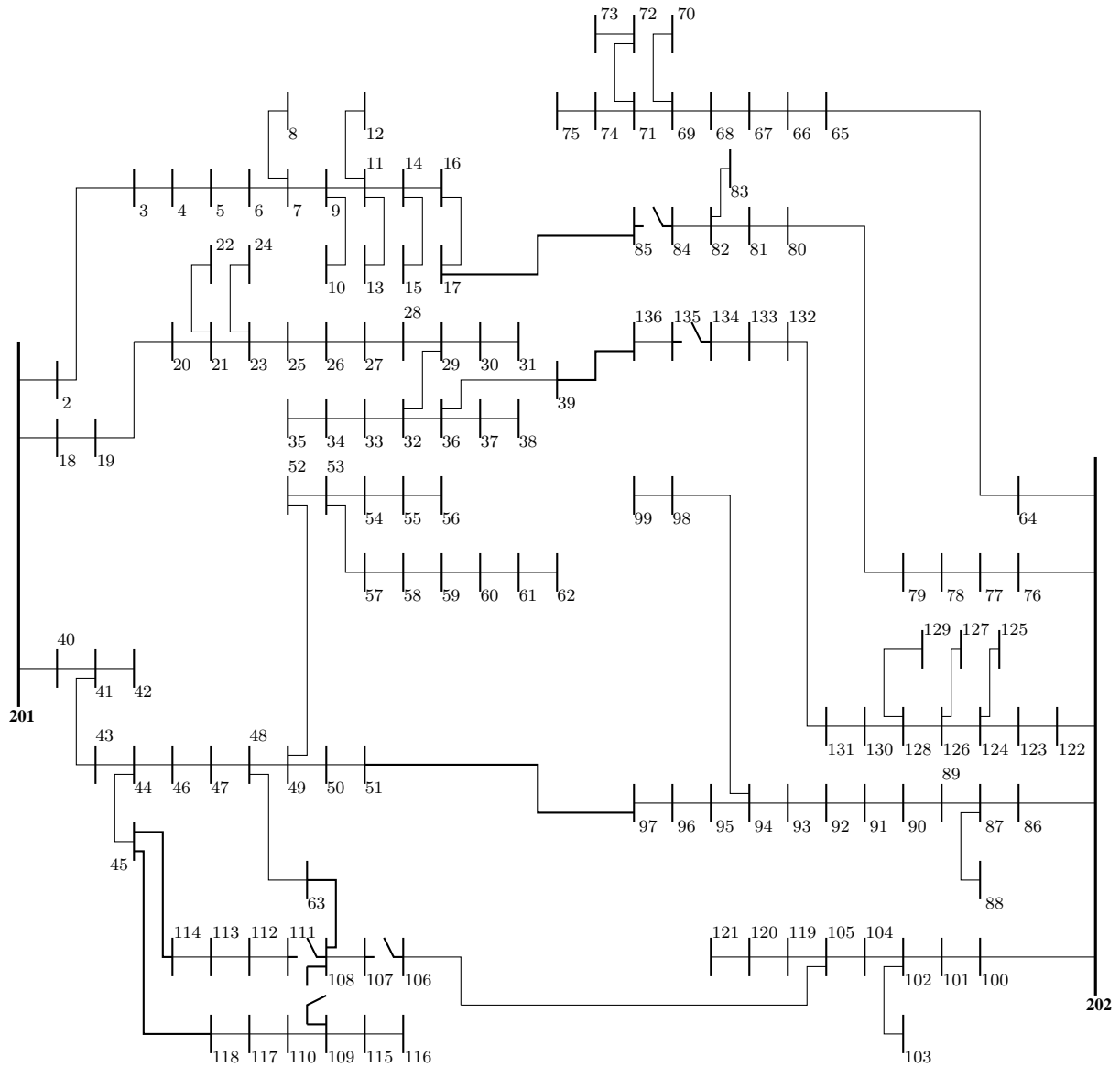


Figura 6.9: Sistema de 136 barras 2SE - Resultado B&amp;B



Tabela 6.6: Caso Particular - Dados dos sistemas testes

Dados	Sistema 33 barras	Sistema 84 barras	Sistema 119 barras	Sistema 136 barras
$V_{BASE}$ (kV)	12,66	11,40	11,00	13,80
$V_{SE}$ (pu)	1,00	1,00	1,00	1,00
$\epsilon$ (%)	2	1	1	1

Tabela 6.7: Caso Particular - Resumo dos resultados (kW)

Soluções	Sistema 33 barras	Sistema 84 barras	Sistema 119 barras	Sistema 136 barras
AHC antes da FML	146,78	470,39	865,49	280,19
AHC Final	142,60	470,39	865,49	280,19
B&B	139,55	469,88	853,61	280,19

#### 6.1.4 Caso Particular - Minimização das Perdas de Potência Ativa

Para os sistemas teste de distribuição de 33, 84, 119 barras e 136 barras - 1 SE, foi realizado um teste no qual os circuitos já estão construídos nos sistemas e o objetivo é encontrar uma topologia radial com mínimas perdas de potência ativa no sistema. A Tabela 6.6 apresenta os dados da tensão base, da tensão fixa na subestação e do fator de segurança utilizados para cada sistema teste. Para o algoritmo B&B, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações é de 30.000 nós. O objetivo deste teste é mostrar a flexibilidade do modelo matemático para resolver outros tipos de problema de otimização como os de operação dos sistemas de distribuição.

Os resultados dos testes são apresentados na Tabela 6.7. Observa-se que para os sistemas de 33, 84 e 119 barras o valor das perdas encontrados pelo AHC são maiores que os encontrados pelo algoritmo B&B, porém para o sistema de 136 barras - 1 SE a solução do AHC é igual ao algoritmo B&B. Um resumo dos resultados obtidos pelo algoritmo B&B e pelo AHC são apresentadas nas Tabelas 6.8

Tabela 6.8: Caso Particular - Resumo do algoritmo B&amp;B

	Sistema 33 barras	Sistema 84 barras	Sistema 119 barras	Sistema 136 barras
# de Soluções	24	1.659	413	582
# de PNL	305	19.317	15.155	24.219
# de Nós	334	23.728	18.742	30.000
Tempo (s)	19,28	3.029,70	4.006,95	4.473,11

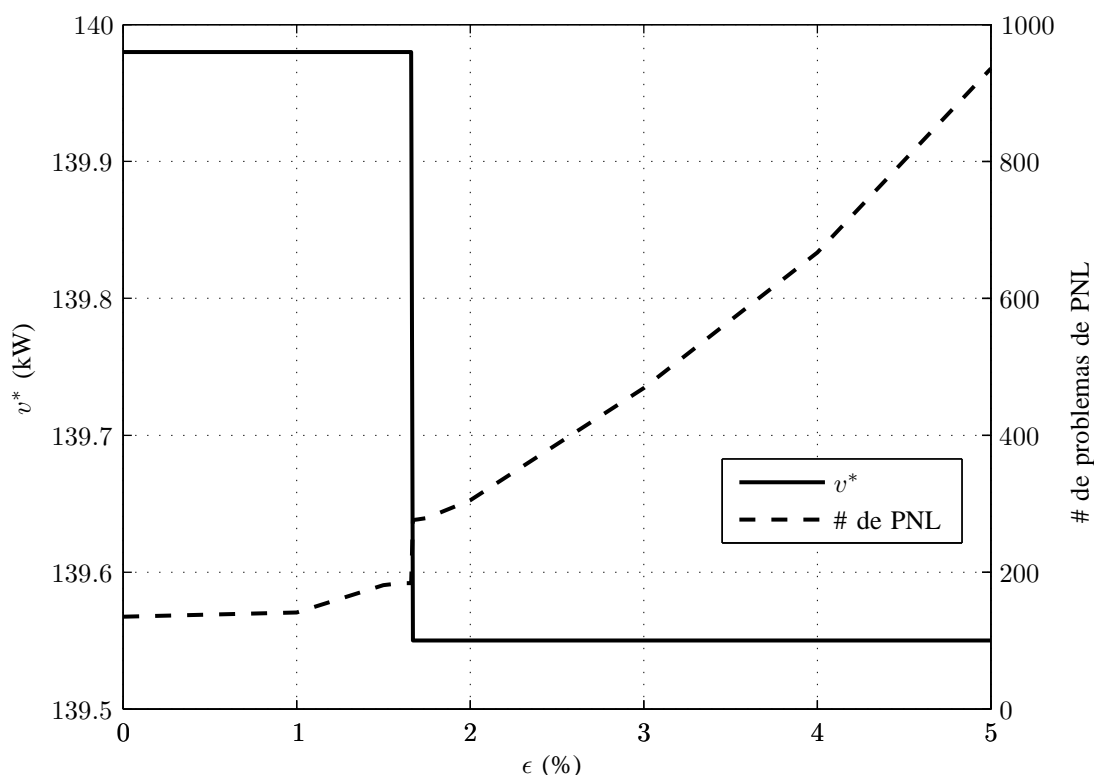


Figura 6.10: Caso Particular - Sistema de 33 barras - Valor da incumbente versus  $\epsilon$

e 6.9, respectivamente. Para o sistema de 136 barras - 1 SE, o algoritmo B&B atingiu o número máximo de iterações.

Tabela 6.9: Caso Particular - Resumo do AHC

	Sistema 33 barras	Sistema 84 barras	Sistema 119 barras	Sistema 136 barras
# de Soluções	2	1	1	1
# de PNL	65	167	237	271
Tempo (s)	65,58	668,11	307,83	889,31

Os resultados obtidos pelo algoritmo B&B, para os sistemas de 33, 84 barras e 136 barras - 1 SE, são os mesmos encontrados na literatura especializada utilizando metaheurísticas (Gomes et al., 2006), (Chiou et al., 2005) e (Carreño et al., 2008). Porém para o sistema de 119 barras o resultado obtido pelo algoritmo B&B é melhor que o apresentado em (Zhang et al., 2007). A vantagem do algoritmo B&B, em relação as metaheurísticas, é ter um critério de parada definido pelo teste de sondagem. No caso das metaheurísticas, geralmente é mais complicado determinar um critério de parada, normalmente é especificado um número máximo de iterações, um número máximo de

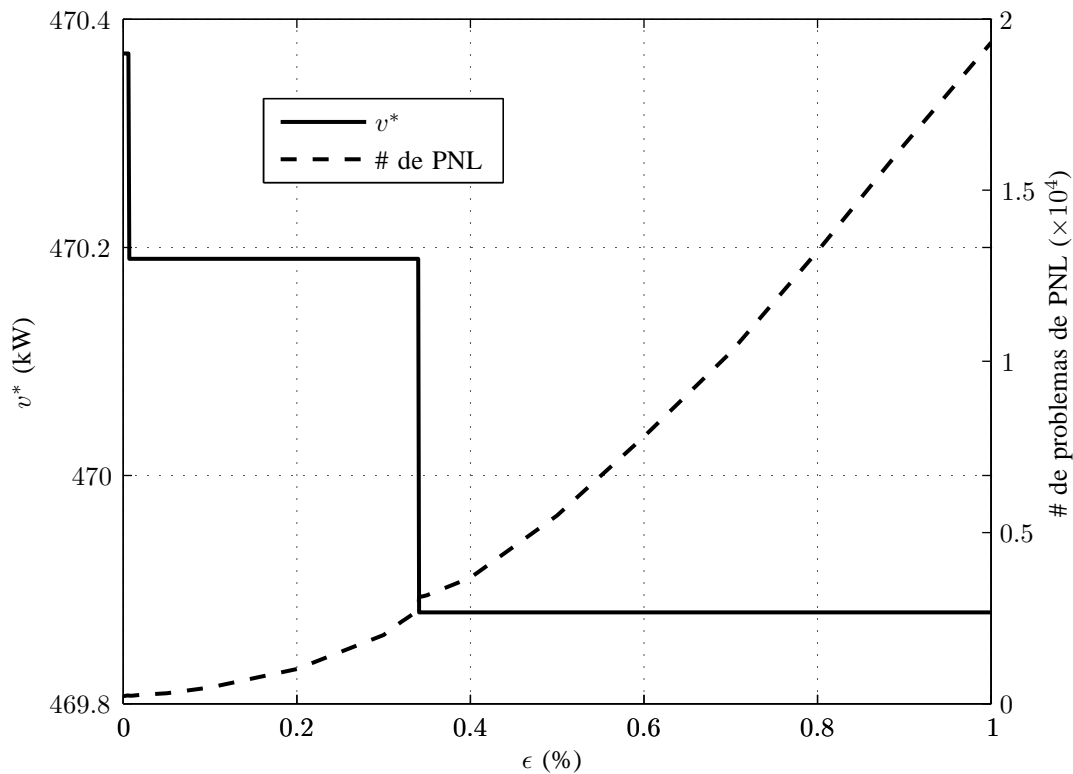


Figura 6.11: Caso Particular - Sistema de 84 barras - Valor da incumbente versus  $\epsilon$

chamadas de fluxos de cargas, PLs ou PNLs, ou um número especificado de iterações em que a melhor solução não muda. Nenhum dos critérios anteriores garante que a solução encontrada seja a solução ótima. O algoritmo B&B também apresenta uma convergência rápida depois de fazer a sondagem de todos os nós da árvore de B&B, garantindo que não existe uma solução melhor que a incumbente.

Nas Figuras 6.10 e 6.11 são apresentadas a variação da incumbente do algoritmo B&B, assim como do número de problemas de PNL utilizados, para diferentes valores dos fatores de segurança para os sistemas testes de 33 e 84 barras, respectivamente.

Pode-se observar que o valor da solução final do algoritmo B&B depende do fator de segurança. Com valores menores de  $\epsilon$ , o algoritmo B&B teria uma convergência muito mais rápida, resolvendo um número reduzido de problemas de PNL e conseqüentemente com um menor esforço computacional, mas com um alto risco de encontrar apenas uma solução ótima local, devido à não convexidade do problema. Valores maiores de  $\epsilon$  teriam uma maior oportunidade de encontrar uma excelente solução, assim como a possibilidade de encontrar outras soluções sub-ótimas, mas com um maior tempo e esforço computacional.

Tabela 6.10: Sistema 70 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	151.322,44	151.494,75
Custo de bancos de capacitores (US\$)	8.000,00	8.800,00
Custo total de perdas (US\$)	143.322,44	142.692,41
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	3.924,45	4.182,22
Custo de perdas para demanda média (US\$)	59.247,98	59.242,52
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	80.150,01	79.267,67
Perdas totais (kW)	1.547,32	1.536,89
Perdas para demanda mínima (kW)	65,41	69,70
Perdas para demanda média (kW)	146,07	146,06
Perdas para demanda máxima (kW)	1.335,83	1.321,13
Tempo de processamento (s)	81.220,66	18,76

## 6.2 Alocação Ótima de Capacitores

### 6.2.1 Sistema de Distribuição de 70 barras

O sistema de distribuição de 70 barras (Baran e Wu, 1989), é uma rede de distribuição de 12,66kV, alimentada por uma subestação de 60MVA, que alimenta 69 barras de carga. A tensão da subestação foi fixada com um valor de 1pu, o custo de perdas de energia é de 0,06 US\$/kWh. Em cada barra é permitido um número máximo de 3 bancos de capacitores, para este sistema os tipos 1, 2 e 3 de bancos de capacitores são de 200kVAr, 300kVAr e 600kVAr, com custos de 800 US\$, 1200 US\$ e 2400 US\$, respectivamente. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000.

A Tabela 6.10 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC assim como as perdas de potência ativa para os diferentes níveis de demanda. Para obter os níveis de demanda mínimo e máximo, a demanda média foi multiplicada pelos fatores de 0,5 e 2,35, respectivamente.

O algoritmo B&B não linear atingiu o número máximo de iterações e resolveu 20.000 problemas de PNL, encontrou 8.122 soluções e construiu uma árvore de 20.000 nós. O AHC resolveu 22 problemas de PNL. A Tabela 6.11 mostra o número de bancos de capacitores instalados e as respectivas barras.

Tabela 6.11: Sistema 70 barras - Alocação de Capacitores

B&B		AHC	
Barra	Tipo de Banco de Capacitores	Barra	Tipo de Banco de Capacitores
13	1	13	1
-	-	17	1
22	1	22	1
61	1	61	1
62	3	62	3
63	3	63	3
65	1	65	1

### 6.2.2 Sistema de Distribuição de 202 barras

O sistema de distribuição de 202 barras, é uma rede de distribuição de 13,8kV, alimentada por uma subestação de 95MVA, que alimenta 201 barras de carga, (Pereira, 2009). A tensão da subestação foi fixada com um valor de 1pu, o custo de perdas de energia é de 0.005 US\$/kWh. Em cada barra é permitido instalar até 3 tipos de bancos de capacitores com as seguintes características 2000kVAr, 4000kVAr e 6000kVAr com custos de 2000 US\$, 4000 US\$ e 6000 US\$, respectivamente. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000. A queda máxima de tensão considerada foi de 10%. O nível de demanda máxima foi obtido multiplicando-se a demanda mínima por 2,5.

A Tabela 6.12 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC, assim como as perdas de potência ativa para os diferentes níveis de demanda.

O algoritmo B&B não linear resolveu 341 problemas de PNL, encontrou 103 soluções e construiu uma árvore de 340 nós. O AHC resolveu 10 problemas PNL. A Tabela 6.13 mostra o número de bancos de capacitores instalados e suas respectivas barras.

### 6.2.3 Sistema de Distribuição de 400 barras

O sistema de distribuição de 400 barras, é uma rede de distribuição de 11,4kV, alimentada por uma subestação de 4,5MVA, que alimenta 399 barras de carga, (Pereira, 2009). A tensão da subestação não é fixa e a queda máxima de tensão permitida no sistema é de 5%, o custo de perdas de energia é de 0,005 US\$/kWh e o custo de cada banco de capacitores é 1000,00 US\$, em cada barra é permitido um número máximo de 2 bancos de capacitores, para este sistema os tipos de bancos de capacitores são

Tabela 6.12: Sistema 202 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	57.667,12	58.326,47
Custo de bancos de capacitores (US\$)	10.000,00	10.000,00
Custo total de perdas (US\$)	47.667,12	48.326,47
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	14.185,01	14.274,40
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	33.482,11	34.052,07
Perdas totais (kW)	3.767,89	3.827,53
Perdas para demanda mínima (kW)	419,67	422,32
Perdas para demanda máxima (kW)	3.348,21	3.405,21
Tempo de processamento (s)	204,75	11,38

Tabela 6.13: Sistema 202 barras - Alocação de Capacitores

B&B		AHC	
Barra	Tipo de Banco de Capacitores	Barra	Tipo de Banco de Capacitores
58	2	58	1
-	-	128	1
132	1	132	1
194	3	194	1
-	-	202	1

de 300kVAr e 600kVAr com custos de 1500 US\$ e 3000 US\$, respectivamente. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 2%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000.

A Tabela 6.14 mostra os custos de investimento e de operação encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC, assim como as perdas de potência ativa no sistema.

O algoritmo B&B não linear resolveu 1331 problemas de PNL, encontrou 548 soluções e construiu uma árvore de 1330 nós. O AHC resolveu 11 problemas de PNL. A Tabela 6.31 mostra o número de bancos de capacitores instalados e suas respectivas barras.

Tabela 6.14: Sistema 400 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de capacitores

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	13.585,68	14.356,32
Custo de bancos de capacitores (US\$)	7.500,00	7.500,00
Custo total de perdas (US\$)	6.085,68	6.856,32
Perdas totais (kW)	138,94	156,54
Tempo de processamento (s)	1108,22	8,76

Tabela 6.15: Sistema 400 barras - Alocação de Capacitores

B&B		AHC	
Barra	Tipo de Banco de Capacitores	Barra	Tipo de Banco de Capacitores
159	1	350	2
355	2	383	1
398	2	400	2

## 6.3 Alocação ótima de Reguladores de Tensão

### 6.3.1 Sistema de Distribuição de 70 barras

As características do sistema são dadas na subseção 6.2.1. A tensão da subestação não é fixa e o custo de perdas de energia é de 0,06 US\$/kWh. Em cada ramo é permitido um número máximo de 1 regulador de tensão, e um número máximo de 2 reguladores de tensão em todo o sistema. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000. A máxima queda de tensão permitida é de 10%.

A Tabela 6.16 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC, assim como as perdas de potência ativa para os diferentes níveis de demanda.

O algoritmo B&B não linear resolveu 63 PNL, encontrou 2 soluções e construiu uma árvore de 62 nós. O AHC resolveu 139 problemas de PNL. As Tabelas 6.17 e 6.18 mostram os ramos onde foram instalados os reguladores de tensão e o ajuste de seus respectivos taps para cada nível de demanda.

### 6.3.2 Sistema de Distribuição de 202 barras

As características do sistema são dadas na subseção 6.2.2. A tensão da subestação não é fixa e o custo de perdas de energia é de 0,005 US\$/kWh. Em cada ramo é permitido um número máximo de

Tabela 6.16: Sistema 70 barras - Resumo dos resultados de alocação ótima de RTs

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	192.475,89	204.558,12
Custo de reguladores de tensão (US\$)	20.000,00	20.000,00
Custo total de perdas (US\$)	172.475,89	184.558,12
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	3.017,82	3.131,56
Custo de perdas para demanda média (US\$)	86.049,65	90.038,55
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	83.408,43	91.388,01
Perdas totais (kW)	1.652,59	1.797,31
Perdas para demanda mínima (kW)	50,30	52,19
Perdas para demanda média (kW)	212,15	221,99
Perdas para demanda máxima (kW)	1.390,14	1.523,13
Tempo de processamento (s)	504,14	74,84

Tabela 6.17: Sistema 70 barras - alocação de RTs - B&amp;B

Ramos com RT		Tap		
		Demandas		
<i>i</i>	<i>j</i>	mínima	média	máxima
9	10	1,011	1,023	1,063
57	58	1,018	1,038	1,100

Tabela 6.18: Sistema 70 barras - alocação de RTs - AHC

Ramos com RT		Tap		
		Demandas		
<i>i</i>	<i>j</i>	mínima	média	máxima
7	8	1,010	1,010	1,054
32	33	1,010	1,010	1,010

1 regulador de tensão, e um número máximo de 3 reguladores de tensão em todo o sistema. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000. A queda máxima de tensão permitida é de 7%.

A Tabela 6.19 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC, bem como as perdas de potência ativa para os diferentes níveis de demanda.



Tabela 6.19: Sistema 202 barras - Resumo dos resultados com RTs

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	85.421,13	85.573,00
Custo de RT (US\$)	30.000,00	30.000,00
Custo total de perdas (US\$)	55.421,13	55.573,00
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	18.347,35	18.369,57
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	37.073,78	37.203,43
Perdas totais (kW)	4.250,20	4.263,82
Perdas para demanda mínima (kW)	542,82	543,48
Perdas para demanda máxima (kW)	3.707,38	3.720,34
Tempo de processamento (s)	480,73	331,67

O algoritmo B&B não linear resolveu 535 PNL, encontrou 152 soluções e construiu uma árvore de 534 nós. O AHC resolveu 405 problemas de PNL. As Tabelas 6.20 e 6.21 mostram os ramos onde foram instalados os reguladores de tensão e o ajuste de seus respectivos taps para cada nível de demanda.

Tabela 6.20: Sistema 202 barras - alocação de RTs - B&amp;B

Ramos com RT		Tap	
		Demanda	
$i$	$j$	mínima	máxima
5	6	1,014	1,038
60	61	1,017	1,048
136	137	1,019	1,054

Tabela 6.21: Sistema 202 barras - alocação de RTs - AHC

Ramos com RT		Tap	
		Demanda	
$i$	$j$	mínima	máxima
3	4	1,009	1,024
60	61	1,018	1,050
136	137	1,020	1,056

Tabela 6.22: Sistema 400 barras - resumo dos resultados com RTs

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	41.864,60	41.871,55
Custo de RT (US\$)	40.000,00	40.000,00
Custo total de perdas (US\$)	1.864,60	1.871,55
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	1.447,28	1.453,72
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	417,32	417,83
Perdas totais (US\$)	157,07	157,73
Perdas para demanda mínima (kW)	144,73	145,37
Perdas para demanda máxima (kW)	12,35	12,36

### 6.3.3 Sistema de Distribuição de 400 barras

As características do sistema são dadas na subseção 6.2.3. A tensão da subestação não é fixa e a queda máxima de tensão permitida é de 5% e o custo de perdas de energia é de 0,005 US\$/kWh. Em cada ramo é permitido um número máximo de 1 regulador de tensão, e um número máximo de 3 reguladores de tensão em todo o sistema. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 2%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000. A demanda mínima é igual a 0,3 vezes a demanda máxima.

A Tabela 6.22 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC, assim como as perdas de potência ativa para os diferentes níveis de demanda.

O algoritmo B&B não linear resolveu 799 problemas de PNL, encontrou 398 soluções e construiu uma árvore de 798 nós. O AHC resolveu 801 problemas de PNL. As Tabelas 6.23 e 6.24 mostram os ramos onde foram instalados os reguladores de tensão e o ajuste de seus respectivos taps.

Tabela 6.23: Sistema 400 barras - alocação de RTs - B&amp;B

Ramos com RT		Tap	
		Demanda	
<i>i</i>	<i>j</i>	mínima	máxima
58	59	1,007	1,024

Observa-se que o problema de alocação ótima de bancos de capacitores encontra menores perdas que o problema de alocação ótima de reguladores de tensão para os mesmos sistemas testados. O número de bancos de capacitores instalados no sistema é maior que o número de reguladores de tensão, isto se deve ao fato de que o custo de instalação dos bancos de capacitores é menor que o

Tabela 6.24: Sistema 400 barras - alocação de RTs - AHC

Ramos com RT		Tap	
$i$	$j$	Demanda	
		mínima	máxima
131	132	1,011	1,038

custo de reguladores de tensão e ao fato que na prática o número de reguladores de tensão que podem ser instalados em cada alimentador é limitado devido a problemas na operação destes equipamentos. Em relação aos bancos de capacitores, não há restrições operacionais quanto ao número de bancos de capacitores que podem ser instalados no sistema, mas estes devem ser instalados de forma que não causem problemas de sobretensão em horários de demanda mínima. Sendo assim, com a instalação de um número maior de equipamentos que melhoram o nível de tensão do sistema, menores serão as perdas de potência ativa no sistema.

## 6.4 Planejamento Integrado

Nesta seção são apresentados os testes realizados com os sistemas de 54 barras e o sistema de 136 barras e 2 subestações adaptados considerando o modelo de PISD completo. Também é apresentado um teste utilizando o sistema de 136 barras e 2 subestações utilizado no teste com transferência de cargas.

### 6.4.1 Sistema de Distribuição de 54 barras Adaptado

O sistema de 54 barras apresentado na seção 6.1.2 foi modificado para o teste de planejamento integrado. Os dados mostrados nesta seção, não são encontrados na literatura, pois foram adaptados para resolver o problema de PISD. São considerados neste sistema adaptado três tipos de demanda, mínima, média e máxima, para se obter os tipos de demanda mínima e máxima a demanda média foi multiplicada por 0,5 e 3, respectivamente. A demanda média é igual a apresentada pelo sistema da seção 6.1.2. Os testes mostrados nesta seção foram realizados utilizando o algoritmo B&B não linear.

Este é um sistema de distribuição de 13,5kV, que pode fornecer um total de 4,306 MVA, para alimentar 50 barras de carga. Este teste tem como objetivo o planejamento da rede de distribuição considerando quatro subestações, sendo duas subestações existentes com eventuais possibilidades de expansão e duas subestações candidatas à construção. Também são considerados 17 circuitos existentes e 44 rotas factíveis para a construção de novos circuitos. Foram utilizados dois tipos de condutores tipo 1 e tipo 2 com capacidade máxima de 20A e 45A, respectivamente. Para este teste,

Tabela 6.25: Sistema 54 barras adaptado - Capacidade e custos das subestações

Subestação	Capacidade		Custos	
Barra	$\bar{S}_i^0$ (kVA)	$\bar{S}_i$ (kVA)	Construção (US\$)	Operação (US\$/kVAh <sup>2</sup> )
101	668	668	100.000	0,00008
102	668	526	80.000	0,00010
103		888	200.000	0,00013
104		888	240.000	0,00015

foi considerado uma queda máxima de tensão de 7 %, o fator de potência médio é igual a 0,9, o custo das perdas de energia é de 0,05 US\$/kWh, o fator de perdas é igual a 0,35, a taxa de juros é de 0,1, e a capacidade e os custos de cada subestação é dada na Tabela 6.25. O período de planejamento se estende a 20 anos. A Figura 6.5 mostra os possíveis circuitos que podem ser construídos. Para este sistema o fator de segurança é igual a 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 30.000. Os dados deste sistema 54 barras adaptado não são reais, foram adaptados para este teste.

### Teste 1 - Considerando construção/recondutoramento de circuitos e construção/repotenciação de subestações

No teste 1 são mostrados os resultados do sistema de 54 barras adaptado ao problema de de PISD considerando apenas construção/recondutoramento de circuitos e construção/repotenciação de subestações.

A tabela 6.26 mostra os custos de investimento e de operação por nível de demanda encontrados pelo algoritmo B&B não linear. Para o teste 1 o algoritmo B&B não linear resolveu 3309 problemas de PNL, encontrou 17 soluções e construiu uma árvore de 3524 nós.

A figura 6.12 mostra o sistema construído pelo algoritmo B&B não linear, na figura o circuito desenhado com uma linha mais grossa representa o circuito que foi recondutorado. No resultado final encontrado para o teste 1, o circuito  $n_{101-1}$  foi recondutorado, as subestações S3 e S4 foram construídas e não houve a necessidade de repotenciar nenhuma subestações já existente.

### Teste 2 - Considerando construção/recondutoramento de circuitos, construção/repotenciação de subestações e alocação de bancos de capacitores

No teste 2 são mostrados os resultados do sistema de 54 barras adaptado ao problema de PISD considerando construção/recondutoramento de circuitos, construção/repotenciação de subestações e alocação de bancos de capacitores.



Tabela 6.27: Sistema 54 barras adaptado - Resumo dos resultados circuitos e subestações

	B&B
Custo total (US\$)	1.298.279,13
Custo de circuitos (US\$)	219.890,00
Custo de subestações (US\$)	440.000,00
Custo de bancos de capacitores (US\$)	15.000,00
Custo total de perdas (US\$)	87.531,00
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	1.614,56
Custo de perdas para demanda média (US\$)	36.036,99
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	49.879,45
Perdas totais (kW)	38,14
Perdas para demanda mínima (kW)	1,08
Perdas para demanda média (kW)	3,58
Perdas para demanda máxima (kW)	33,48
Custo de operação da subestação (US\$)	535.858,12

teste 2 é menor que o custo total do teste 1. Apesar do custo de construção de circuitos do teste 2 ser maior que do teste 1 e de no teste 2 os custos totais estarem acrescidos dos custos dos bancos de capacitores, os custos de perdas ativas no sistema e de operação das subestações no teste 2 é menor do que no teste 1. Assim os custos de operação menores do teste 2 compensam seus custos de circuitos e de bancos de capacitores.

Para o teste 2 o algoritmo B&B não linear resolveu 41.198 problemas de PNL, encontrou 37 soluções e construiu uma árvore de 44.700 nós. Pode observar aqui que o número de problemas de PNL resolvidos é menor que o número de nós da árvore de B&B, isso se deve ao critério de sondagem referente a restrição de radialidade.

A figura 6.13 mostra o sistema construído pelo algoritmo B&B não linear, na figura o circuito desenhado com uma linha mais grossa representa o circuito que foi reconduzido. No resultado final encontrado para o teste 2, o circuito  $n_{101-1}$  foi reconduzido, as subestações S3 e S4 foram construídas e não houve a necessidade de repotenciar nenhuma subestações já existente. Três bancos de capacitores de 50MVar foram instalados no sistema nas barras 2, 11 e 34.

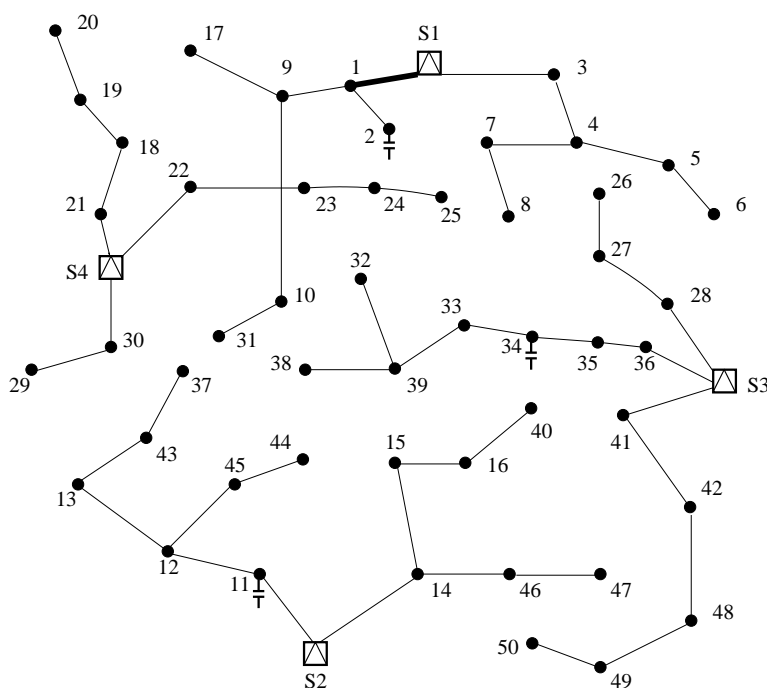


Figura 6.13: Sistema de 54 barras - Resultado Teste 2 PISD

### Teste 3 - Considerando construção/recondutoramento de circuitos, construção/repotenciação de subestações, alocação de bancos de capacitores e alocação de reguladores de tensão

No teste 3 são mostrados os resultados do sistema de 54 barras adaptado ao problema de PISD considerando construção/recondutoramento de circuitos, construção/repotenciação de subestações, alocação de bancos de capacitores e alocação de reguladores de tensão. Neste teste os resultados encontrados são iguais aos apresentados no teste 2 pois não é necessária a alocação de reguladores de tensão no sistema. O teste 3 exemplifica bem o objetivo do trabalho de analisar de forma conjunta as necessidades do sistema evitando que um número inadequado de equipamentos sejam instalados. Neste caso em particular existe apenas a necessidade da instalação de bancos de capacitores no sistema.

#### 6.4.2 Sistema de Distribuição de 136 barras Adaptado

O sistema de 136 barras apresentado na seção 6.1.3 foi modificado para o teste de planejamento integrado. Os dados mostrados nesta seção, não são encontrados na literatura, pois foram adaptados para resolver o problema de PISD. São considerados neste sistema adaptado três tipos de demanda, mínima, média e máxima, para se obter os tipos de demanda mínima e máxima a demanda média foi multiplicada por 0,5 e 2,5, respectivamente. A demanda média é igual a apresentada pelo sistema da

seção 6.1.2. Os testes mostrados nesta seção foram realizados utilizando o algoritmo B&B não linear.

Este é um sistema de distribuição de 13,8kV, alimentado por duas subestações, 201 e 202, com 37,5MVA e 25MVA, respectivamente. As duas subestações alimentam um total de 134 barras de carga. Um aumento da carga alimentada pela subestação 202 é previsto. No entanto, no cenário atual, a subestação 202 está operando com sua capacidade máxima, e não tem recursos físicos para aumentar sua capacidade. Nesse caso, é necessário planejar uma transferência de cargas de uma subestação para outra, para isso, novos circuitos devem ser construídos, e circuitos existentes devem ser removidos (na realidade, abertos) para respeitar a restrição de radialidade. O sistema de 136 barras com os circuitos candidatos é mostrado na Figura 6.7. Para resolver este problema, é necessário considerar a rede alimentada pela subestação 202 como uma rede a ser construída. No entanto não há nenhum custo de construção de circuitos já existentes (o custo é igual a zero). Foram considerados também neste teste a instalação de bancos de capacitores e reguladores de tensão.

A máxima queda de tensão admissível é de 7% e a sobretensão máxima é de 3%, o fator de potência médio é igual a 0,92, o custo das perdas de energia é de 0,1 US\$/Wh, o fator de perda é igual a 0,35, a taxa de juros é de 0,1, o custo de operação das subestação é de 0,0001 US\$/kVAh<sup>2</sup>. O fator de segurança é igual a 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA. O número máximo de iteração foi fixado em 28.000.

O teste 2 o algoritmo B&B não linear resolveu 27931 problemas de PNL, encontrou 393 soluções

Tabela 6.28: Sistema 54 barras adaptado - Resumo dos resultados circuitos e subestações

	B&B
Custo total (US\$)	1.050.005,30
Custo de circuitos (US\$)	24.000,00
Custo de subestações (US\$)	24.000,00
Custo de reguladores de tensão (US\$)	40.000,00
Custo total de perdas (US\$)	179.763,01
Custo de perdas para demanda mínima (US\$)	3.500,90
Custo de perdas para demanda média (US\$)	86.436,74
Custo de perdas para demanda máxima (US\$)	89.825,38
Perdas totais (kW)	3.561,12
Perdas para demanda mínima (kW)	117,49
Perdas para demanda média (kW)	429,11
Perdas para demanda máxima (kW)	3.014,52
Custo de operação da subestação (US\$)	782.242,29



e a árvore de B&B atingiu o número máximo de iterações. Novamente pode-se observar aqui que o número de problemas de PNL resolvidos é menor que o número de nós da árvore de B&B, isso se deve ao critério de sondagem referente a restrição de radialidade.

A tabela 6.29 mostra o ramo onde o regulador de tensão foi instalado e o valor de ajuste dos taps para cada nível de demanda. Foram instalados um total de 4 bancos de capacitores de 1200 kVAr (cada banco) em todo o sistema localizados nas barras 20, 43, 89 e 104.

Tabela 6.29: Sistema 136 barras adaptado - alocação de RTs

Ramos com RT		Tap		
		Demanda		
$i$	$j$	mínima	média	máxima
14	43	0.980	1.016	1.052

Um total de 16 barras passaram a ser alimentadas pela subestação da barra 201 e somando uma carga total transferida de 18,07MVA. Para fazer a transferência de cargas o algoritmo B&B construiu três circuitos e abriu outros 3 (para satisfazer a restrição de radialidade), os circuitos construídos foram  $n_{17-85}^+=1$ ,  $n_{39-136}^+=1$  e  $n_{63-108}^+=1$  e foram abertos os circuitos  $n_{84-85}^+=1$ ,  $n_{133-134}^+=1$  e  $n_{106-107}^+=1$ . Este teste tem como objetivo mostrar um problema de PISD onde vemos que mesmo o custo dos bancos de capacitores sendo menor que o custo do regulador de tensão, quando há uma necessidade real do uso do regulador de tensão no sistema, o modelo do problema de PISD é capaz de detectar esta necessidade da mesma forma que é capaz de escolher o número adequado de reguladores de tensão.

### 6.4.3 Sistema de Distribuição de 136 barras

As características do sistema são dadas na subseção 6.1.3. O fator de segurança do algoritmo B&B é de 0,1%, o máximo corte de carga permitido é de 1 kVA e o número máximo de iterações do algoritmo B&B é de 20.000. A máxima queda de tensão admissível é de 7% e a sobre tensão máxima é de 5%. Os tipos de bancos de capacitores são de 300kVAr e 600kVAr. Para comparar os resultados obtidos neste teste com o teste da subseção 6.1.3 foi considerado apenas um nível de demanda. A Tabela 6.30 mostra os custos de investimento e de operação encontrados pelo algoritmo B&B e pelo AHC.

O algoritmo B&B não linear resolveu 18.659 PNL, encontrou 61 soluções e o número de nós da árvore de B&B atingiu o limite máximo de iterações. O AHC resolveu 467 problemas de PNL, realizou 2 ramificações e encontrou 3 soluções.

Tabela 6.30: Sistema 136 barras - resumo dos resultados modelo completo

	B&B	AHC
Custo total (US\$)	5.264.512,32	5.387.360,89
Custo de construção de circuitos (US\$)	4.800,00	3.720,00
Custo de bancos de capacitores (US\$)	4.800,00	4.800,00
Custo total de perdas (US\$)	11.330,99	8.749,90
Perdas totais (kW)	434,09	335,21
Custo de operação das subestações (US\$)	5.243.581,33	5.370.090,99

Tabela 6.31: Sistema 136 barras - alocação ótima de bancos de capacitores

B&B		AHC	
Barra	Tipo de Banco de Capacitores	Barra	Tipo de Banco de Capacitores
-	-	29	1
40	2	57	1
76	2	91	2

Observa-se que com a instalação dos bancos de capacitores, o custo de investimento e de operação total, encontrados por ambas as metodologias, foram menores que os custos apresentados na subseção 6.1.3. Neste teste nem o algoritmo B&B nem o AHC instalaram reguladores de tensão no sistema. Os circuitos construídos pelo algoritmo B&B foram  $n_{17-85}^+=1$ ,  $n_{39-136}^+=1$ ,  $n_{38-99}^+=1$ ,  $n_{45-114}^+=1$ ,  $n_{45-118}^+=1$  e  $n_{63-108}^+=1$ . Os circuitos abertos foram  $n_{84-85}^+=0$ ,  $n_{98-99}^+=0$ ,  $n_{106-107}^+=0$ ,  $n_{108-109}^+=0$ ,  $n_{108-111}^+=0$  e  $n_{134-135}^+=0$ .

O AHC construiu os circuitos  $n_{16-85}^+=1$ ,  $n_{31-136}^+=1$ ,  $n_{45-114}^+=1$ ,  $n_{45-118}^+=1$  e  $n_{63-108}^+=1$ . Os circuitos abertos foram  $n_{84-85}^+=0$ ,  $n_{105-106}^+=0$ ,  $n_{108-109}^+=0$ ,  $n_{108-111}^+=0$  e  $n_{135-136}^+=0$ .



# Capítulo 7

## Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um modelo matemático para resolver o problema de planejamento integrado de sistemas de distribuição de energia elétrica que tem como objetivo realizar o planejamento da construção ou repotenciação de subestações, construção ou recondutoramento de circuitos considerando diferentes tipos de condutores, alocação ótima de bancos de capacitores e reguladores de tensão para diferentes níveis de demanda, em um único problema, possibilitando tanto o planejamento de cada elemento separadamente quanto o planejamento conjunto do grupo de elementos, se necessário. Foram utilizados um algoritmo heurístico construtivo e um algoritmo *branch-and-bound* especializados para resolver o problema de planejamento integrado de sistemas de distribuição de energia elétrica.

O algoritmo heurístico construtivo apresenta algumas vantagens como robustez e a capacidade de encontrar rapidamente uma proposta de investimento factível e de boa qualidade, porém quando se trata de sistemas de grande porte a solução obtida pode ter menor qualidade que a desejada. Com o intuito de aumentar a qualidade da solução do algoritmo heurístico construtivo, foram feitas duas propostas que podem aperfeiçoar a solução deste algoritmo, (1) criar uma ramificação durante o processo iterativo do algoritmo heurístico construtivo com o objetivo de evitar casos de infactibilidade da operação do sistema de distribuição, (2) realizar uma fase de melhoria local, que tem como objetivo analisar se a primeira solução encontrada pelo algoritmo heurístico construtivo pode ser modificada para que uma melhor solução seja encontrada.

Os resultados obtidos pelo algoritmo heurístico construtivo mostram o potencial da metodologia para encontrar um plano de expansão para redes de distribuição, já que a topologia final obtida pelo algoritmo heurístico construtivo em alguns testes foram idênticos aqueles apresentados na literatura. Os resultados também mostram a capacidade do método na resolução de problemas considerando a construção de novas subestações, a transferência de cargas para outra subestação ou alimentador, e ainda a alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão.

Um algoritmo *branch-and-bound* não linear também foi implementado para resolver o problema de planejamento dos sistemas de distribuição de energia elétrica. Para este algoritmo foram redefinidos os chamados testes de sondagem de acordo com as características de não convexidade do problema de planejamento, bem como com as características de operação do sistema. Foi utilizada a regra *last in, first out* como critério de escolha das variáveis de separação do problema. Os resultados obtidos pelo algoritmo *branch-and-bound* para alguns sistemas apresentados encontra a mesma topologia final obtida nos trabalhos encontrados na literatura e que utilizam metaheurísticas, porém em um dos testes o algoritmo *branch-and-bound* encontrou um custo de operação total menor que o apresentado na literatura. Uma vantagem do algoritmo *branch-and-bound* em comparação com as metaheurísticas é que nestas últimas é mais complicado definir um critério de parada que garanta que a solução encontrada seja a solução ótima.

Para o problema de transferência de cargas para outra subestação ou alimentador, o algoritmo *branch-and-bound* encontrou uma solução melhor que a encontrada pelo algoritmo heurístico construtivo. A vantagem do algoritmo *branch-and-bound*, em relação ao algoritmo heurístico construtivo é que o primeiro tem maiores chances de encontrar soluções ótimas. Em geral o algoritmo *branch-and-bound* encontrou melhores soluções que o algoritmo heurístico construtivo, considerando também os problemas de alocação ótima de bancos de capacitores, alocação ótima de reguladores de tensão e o para o problema de PISD.

Um problema de programação não-linear, no qual os custos de operação do sistema e construção de circuitos e subestações e de instalação de bancos de capacitores e reguladores de tensão são minimizados, sujeitos a restrições de balanço de potência, magnitude da tensão entre limites, a capacidade dos circuitos, subestações, capacitores e reguladores de tensão são respeitados e também a configuração radial da rede, foi resolvido a cada iteração do algoritmo heurístico construtivo e do algoritmo *branch-and-bound*.

A vantagem de se utilizar técnicas de programação não-linear dentro das metodologias para resolver o problema de planejamento dos sistemas de distribuição de energia elétrica é a possibilidade da inclusão da função objetivo e restrições com características não lineares, tais como, a minimização das perdas de potência ativa no sistema e do custo de operação do sistema, e restrições de balanço de potência do sistema, limite máximo de fluxo de potência aparente nos ramos, limite máximo de potência aparente fornecido pela subestação entre outras.

Com o objetivo de simplificar e acelerar a implementação do modelo do problema de PISD, optou-se por escolher o programa de modelagem matemática AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming). A principal vantagem dessa escolha se deve ao fato que o usuário concentra a maior parte do seu trabalho na formulação do problema e na definição da entrada de dados. A linguagem de programação do AMPL é muito próxima daquela que é utilizada para descrever um

problema de forma matemática. Dependendo da formulação do problema, diferentes solvers podem ser empregados. O problema de programação não-linear foi resolvido usando um software comercial KNITRO e o algoritmo heurístico construtivo e o algoritmo *branch-and-bound* foram escritos em AMPL.

## 7.1 Trabalhos Futuros

Para uma extensão do modelo de PISD apresentado neste trabalho podem ser considerados os seguintes tópicos:

- Desenvolver uma técnica de otimização para resolver o problema de planejamento integrado e multi-estágio da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica.
- Modelar o problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição considerando restrições de segurança e desenvolver uma técnica de otimização para esse modelo.
- Modelar e resolver o problema de reconfiguração do sistema de distribuição baseado no modelo e nas metodologias apresentadas neste trabalho.



# Referências Bibliográficas

- R. N. Adams e M. A. Laughton. Optimal planning of power networks using mixed-integer programming. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 121(2):139–148, February 1974.
- V. Ajjarapu e Z. Albanna. Application of genetic based algorithms to optimal capacitor. In *Proceedings of the First International Forum on Applications of Neural Networks to Power Systems*, Seattle (WA), USA, 26-23 July 1991.
- K. Aoki, K. Nara, T. Satoh, M. Kitagawa, e K. Yamanaka. New approximate optimization method for distribution system planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 5(1):126–132, February 1990.
- T. Asakura, T. Genji, T. Yura, N. Hayashi, e Y. Fukuyama. Long-term distribution network expansion planning by network reconfiguration e generation of construction plans. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(3):1196–1204, August 2003.
- A. Augugliaro, L. Dusonchet, e E. R. Sanseverino. An evolutionary parallel tabu search approach for distribution systems reinforcement planning. *Advanced Engineering Informatics*, 16(3):205–215, August 2002.
- L. Bahiense, G. C. Oliveira, M. Pereira, e S. Granville. A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(3):560–565, August 2001.
- M. E. Baran e F. F. Wu. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 4(1):725–734, January 1989.
- A. Baykasoglu, S. Owen, e N. Gindy. Solution of goal programming models using a basic taboo search algorithm. *Journal of Operational Research Society*, Nottingham, 50(9):960–973, September 1999.



- J. L. Bernal-Agustín. Aplicación de algoritmos genéticos al diseño optimo de sistemas de distribución de energía eléctrica. Tesis doctoral, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Zaragoza, España, Enero 1998.
- S. Bhowmik, S. K. Goswami, e P. K. Bhattacharjee. Distribution system planning through combined heuristic and quadratic programming approach. *Electric Machines and Power Systems*, 28(1):87–103, January 2000.
- J. Boardman e C. Meckiff. A branch and bound formulation to electricity distribution planning problems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104(8):2112–2118, August 1985.
- G. Boone e H. D. Chiang. Optimal capacitor placement in distribution systems by genetic algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 15(3):155–161, June 1993.
- R. Byrd, M. E. Hribar, e J. Nocedal. An interior point method for large scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 9(4):877–900, 1999.
- R. Byrd, J. C. Gilbert, e J. Nocedal. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. *Mathematical Programming: Series A*, 89(1):149–185, 2000.
- R. H. Byrd, N. I. M. Gould, J. Nocedal, e R. A. Waltz. An algorithm for nonlinear optimization using linear programming and equality constrained subproblems. *Mathematical Programming: Series B*, 100(1):27–48, 2004.
- R. H. Byrd, J. Nocedal, e R. A. Waltz. Knitro: An integrated package for nonlinear optimization. In G. di Pillo and M. Roma, editors, *Large-Scale Nonlinear Optimization*, pages 35–59, Springer 2006.
- E. Carreño, R. Romero, e A. P. Feltrin. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(4):1542–1551, November 2008.
- P. M. S. Carvalho, L. A. F. M. Ferreira, F. G. Lobo, e L. M. F. Barruncho. Distribution network expansion planning under uncertainty: a hedging algorithm in an evolutionary approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15(1):412–416, January 2000.
- E. D. Castronuovo. Aplicação de métodos de pontos interiores no fluxo de potência Ótimo não-linear com utilização de processamento de alto desempenho. Tese (doutorado em engenharia elétrica), Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Engenharia Elétrica - Centro Tecnológico, Maio 2001.

- H. D. Chiang, J. C. Wang, O. Cockings, e H. D. Shin. Optimal capacitor placements in distribution systems: Part 1: A new formulation e the overall problem. *IEEE Transactions on Power Delively*, 5(2):634–642, April 1990a.
- H. D. Chiang, J. C. Wang, O. Cockings, e H. D. Shin. Optimal capacitor placements in distribution systcins: Part 2: Solution algorithms and numerical results. *IEEE Transactions on Power Delively*, 5(2):643–649, April 1990b.
- J. P. Chiou, C. F. Chang, e C. T. Su. Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):668–674, May 2005.
- M. Chis, M. M. A. Salama, e S. Jayaram. Optimal capacitor placements in distribution systcins: Part 2: Solution algorithms and numerical results. *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*, 144(2):225–230, May 1997.
- A. M. Cossi. Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão. Tese (doutorado em engenharia elétrica), Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Outubro 2008.
- V. M. da Costa, N. Martins, e J. L. R. Pereira. Developments in the newton raphson power flow formulation based on current injections. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(4):1320–1326, November 1999.
- V. M. da Costa, M. L. de Oliveira, e M. R. Guedes. Developments in the analysis of unbalanced three-phase power flow solutions. *Electrical Power and Energy Systems*, 29(2):175–182, February 2007.
- Y. Dai, J. D. McCalley, e V. Vittal. Simplification, expansion and enhancement of direct interior point algorithm for power system maximum loadability. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(3): 1014–1021, August 2000.
- E. Díaz-Dorado e J. C. Pidre. Optimal planning of unbalanced networks using dynamic programming optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):2077–2085, November 2004.
- E. Díaz-Dorado, J. Cidras, e E. Miguez. Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of medium voltage. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(3): 879–884, August 2002a.

- E. Díaz-Dorado, J. Cidrás, e E. Míguez. Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of medium voltage. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(3): 879–884, August 2002b.
- A. Delbem, A. Carvalho, e N. G. Bretas. Main chain representation for evolutionary algorithms applied to distribution system reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(1):425–436, February 2005.
- E. D. Dolan e J. J. Moré. Benchmarking optimization software with performance profiles. *Mathematical Programming: Series A*, 91(2):201–213, 2002.
- C. R. N. Estevam. Planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica através de um algoritmo de branch e bound não linear. Tese (doutorado em engenharia elétrica), Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Novembro 2008.
- Same AMPL examples. Disponível em: <http://www.orfe.princeton.edu/~rvdb/ampl/nlmodels/>, ultimo acesso outubro de 2008.
- A. V. Fiacco e G. P. McCormick. *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. John Wiley & Sons, 1968.
- R. H. Fletcher e K. Strunz. Optimal distribution system horizon planning-part i: formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(2):791–799, May 2007.
- R. Fourer, D. M. Gay, e B. W. Kernighan. *AMPL: A modeling language for mathematical programming*. CA: Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, 2nd Ed., 2003.
- R. A. Gallego, A. J. Monticelli, e R. Romero. Optimal capacitor placement in radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(4):630–637, November 2001.
- P. E. Gill, W. Murray, e M. A. Saunders. Snopt: An sqp algorithm for large-scale constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 12:979–1006, 2002.
- A. Gjelsvik, S. Aam, e L. Holten. Hachtel’s augmented matrix method: a rapid method for improving numerical stability in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104(11):2987–2993, November 1985.
- J. F. Gómez, H. M. Khodr, P. M. Oliveira, L. Ocque, J. M. Yusta, R. Villasana, e A. J. Urdaneta. Ant colony system algorithm for the planning of primary distribution circuits. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(2):996–1004, May 2004.

- T. Gönen. *Electric Power Distribution Systems Engineering*. McGraw-Hill, New York, 1986.
- T. Gönen e B. L. Foote. Distribution system planning using mixed integer programming. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 128(2):70–79, March 1981.
- T. Gönen e I. J. Ramirez-Rosado. Optimal multistage planning of power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2(2):512–519, April 1987.
- F. Gomes, S. Carneiro, J. Pereira, M. Vinagre, P. Garcia, e L. Araujo. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(3):1373–1378, August 2005.
- F. Gomes, S. Carneiro, J. L. R. Pereira, M. Vinagre, P. Garcia, e L. Araujo. A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(4):1616–1623, November 2006.
- S. K. Goswami. Distribution system planning using branch exchange technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(2):718–723, May 1997.
- J. J. Grainger e S. H. Lee. Optimum placement of fixed and switched capacitors on primary distribution. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(1):345–352, January 1981a.
- J. J. Grainger e S. H. Lee. Optimum size and location of shunt capacitors for reduction of losses on distribution feeders. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 100(3):1105–1118, March 1981b.
- J. J. Grainger e S. H. Lee. Capacity release by shunt capacitor placement on distribution feeders: A new voltage-dependent model. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 101(5):1236–1244, May 1982.
- S. Granville. Optimal reactive dispatch through interior point methods. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):136–146, February 1994.
- S. Granville, J. C. O. Mello, e A. C. G. Melo. Application of interior point methods to power flow unsolvability. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(2):1096–1103, May 1996.
- L. L. Grigsby. *Electric Power Engineering Handbook*. Ed. CRC/IEEE Press, 2001.
- S. Haffner, L. F. A. Pereira, L. A. Pereira, e L. Barreto. Modelo multi-estágio de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. *SBA Controle & Automação*, 17(4):478–492, Outubro, Novembro e Dezembro 2006.

- S. Haffner, L. F. A. Pereira, L. A. Pereira, e L. S. Barreto. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - part i: problem formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2):915–923, April 2008a.
- S. Haffner, L. F. A. Pereira, L. A. Pereira, e L. S. Barreto. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - part ii: numerical results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2):924–929, April 2008b.
- S. Haffner, L. A. Pereira, L. V. Gasperiny, e L. Barreto. Alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão. *SBA Controle & Automação*, 20(4):546–563, Outubro, Novembro e Dezembro 2009.
- Y. Y. Hong e S. Y. Ho. Determination of network configuration considering multiobjective in distribution systems using genetic algorithms. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):1062–1069, May 2005.
- W. Hongye e R. J. Thomas. Towards reliable computation of large-scale market-based optimal power flow. In *40th Annual Hawaii International Conference on System Sciences (HICSS 2007)*, pages 1–10, January 2007.
- Y. C. Huang, H. T. Yang, e C. L. Huang. Solving the capacitor placement problem in a radial distribution system using tabu search approach. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(4):1868–1873, November 1996.
- S. Jonnavithula e R. Billinton. Minimum cost analysis of feeder routing in distribution system planning. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 11(4):1935–1940, August 2004.
- N. Kagan, C. C. B. de Oliveira, e E. J. Robba. *Introdução aos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica*, page 344. Edgard Blücher, São Paulo, 2005.
- S. K. Kathor e L. C. Leung. Power distribution planning: A review of models and issues. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3):1151–1159, August 1997.
- H. M. Khodr, J. A. Melian, A. J. Quiroz, D. C. Picado, J. M. Yusta, e A. J. Urdaneta. A probabilistic methodology for distribution substation location. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(1):388–393, February 2003.
- H. M. Khodr, Z. A. Vale, e C. Ramos. Optimal cost-benefit for the location of capacitors in radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 24(2):787–796, April 2009.

- U. G. W. Knight. The logical design of electrical networks using linear programming methods. *Proceedings of the IEE - Part A: Power Engineering*, 107(33):306–314, June 1960.
- L. C. Leung, S. K. Khator, e J. C. Schnepp. Planning substation capacity under the single-contingency scenario. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(3):1442–1447, August 1995.
- G. Levitin, A. Kalyuzhny, A. Shenkman, e M. Chertkov. Optimal capacitor allocation in distribution systems using a genetic algorithm and a fast energy loss computation technique. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15(2):623–628, April 2000.
- M. A. S. Masoum, M. Ladjevardi, A. Jafarian, e E. F. Fuchs. Optimal placement, replacement and sizing of capacitor banks in distorted distribution networks by genetic algorithms. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(4):1128–1135, Outubro 2004.
- T. E. McDermott, I. Drezga, e R. P. Broadwater. A heuristic nonlinear constructive method for distribution system reconfiguration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 14(2):478–483, May 1999.
- J. Medina, V. H. Quintana, A. J. Conejo, e F. P. Thoden. A comparison of interior-point codes for medium-term hydro-thermal coordination. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(3):836–843, August 1998.
- S. F. Mekhamer, M. E. El-Hawary, S. A. Soliman, M. A. Moustafa, e M. M. Mansour. New heuristic strategies for reactive power compensation of radial distribution feeders. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 17(4):1128–1135, October 2002.
- F. Mendoza, J. L., Bernal Agustín, e J. A. Domínguez-Navarro. Nsga and spea applied to multiobjective design of power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(4):1938–1945, Novembro 2006a.
- J. Mendoza, R. Lopez, D. Morales, E. Lopez, P. Dessante, e R. Moraga. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(2):948–954, May 2006b.
- J. E. Mendoza, D. A. Morales, R. A. López, E. A. López, J. C. Vannier, e C. A. C. Coello. Multiobjective location of automatic voltage regulators in a radial distribution network using a micro genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1):404–412, February 2007.
- E. Miguez, J. Cidras, E. Díaz-Dorado, e J. L. Garcia-Dornelas. An improved branch-exchange algorithm for large-scale distribution network planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17(4):931–936, November 2002.

- V. Miranda, J. V. Ranito, e L. M. Proença. Genetic algorithm in optimal multistage distribution network planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(4):1927–1933, November 1994.
- K. N. Miu, H. D. Chiang, e G. Darling. Capacitor placement, replacement and control in large-scale distribution systems by a ga-based two-stage algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 12(3):1160–1166, August 1997.
- A. Monticelli. Electric power system state estimation. *Proceedings of the IEEE*, 88(2):262–282, February 2000.
- A. Monticelli e A. V. Garcia. Modeling zero impedance branches in power system state estimation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(4):1561–1570, November 1991.
- B. A. Murtagh e M. A. Saunders. Minos 5.5 user's guide. Report sol 83-20r, Systems Optimization Laboratory, Stanford University, July 1998.
- J. M. Nahman e D. M. Peric. Optimal planning of radial distribution networks by simulated annealing technique. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(2):790–795, May 2008.
- S. Najafi, S. H. Hosseinian, M. Abedi, A. Vahidnia, e S. Abachezadeh. A framework for optimal planning in large distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(2):1019–1028, May 2009.
- K. Nara, T. Satoh, K. Aoki, e M. Kitagawa. Multi-year expansion planning for distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(3):952–958, August 1991.
- K. Nara, T. Satoh, H. Kuwabara, K. Aoki, M. Kitagawa, e T. Ishihara. Distribution systems expansion planning by multi-stage branch exchange. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):208–214, February 1992.
- K. Nara, H. Kuwabara, M. Kitagawa, e K. Ohtaka. Algorithm for expansion planning in distribution systems taking faults into consideration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1):324–330, February 1994.
- H. N. Ng, M. M. A. Salama, e A. Y. Chikhani. Classification of capacitor allocation techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 15(1):387–392, January 2000.
- T. Orfanogianni e R. Bacher. Increased opf code development efficiency by integration of general purpose optimization and derivative computation tools. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(3):987–993, August 2000.

- P. C. Paiva, H. M. Khodr, J. A. D. Domínguez-Navarro, J. M. Yusta, e A. J. Urdaneta. Integral planning of primary-secondary distribution systems using mixed interger linear programming. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):1134–1143, May 2005.
- V. Parada, J. A. Ferland, M. Arias, e K. Daniels. Optimization of electric distribution feeders using simulated annealing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 19(3):1135–1141, July 2004.
- J. Y. Park, J. M. Sohn, e J. K. Park. Optimal capacitor allocation in a distribution system considering operation costs. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(1):462–468, February 2009.
- C. A. N. Pereira. Alocação Ótima de reguladores de tensão em redes de distribuição de energia elétrica. Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Março 2009.
- D. F. Pires, A. G. Martins, e C. H. Antunes. A multiobjective model for var planning in radial distribution networks based on tabu search. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):1089–1094, May 2005.
- M. Ponnavaikko e P. Rao. Distribution system planning through a quadratic mixed integer programming approach. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2(4):1157–1163, October 1987.
- I. J. Ramirez-Rosado e J. L. Bernal-Agustín. Genetic algorithm applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(2):696–703, May 1998.
- I. J. Ramirez-Rosado e J. A. Dominguez-Navarro. Possibilistic model based on fuzzy sets for the multiobjective optimal planning of electric power distribution networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):1801–1810, November 2004.
- I. J. Ramirez-Rosado e J. A. Dominguez-Navarro. New multiobjective tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(1):224–233, February 2006.
- E. Romero Ramos, A. Gómez Exposito, J. Riquelme Santos, e F. Llorens Iborra. Path-based distribution network modeling: Application to reconfiguration for loss reduction. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):1311–1319, May 2005a.
- J. L. M. Ramos, A. G. Exposito, e V. H. Quintana. Transmission power loss reduction by interior-point methods: implementation issues and practical experience. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, 152(1):90–98, January 2005b.



- I. J. Ramírez-Rosado e J. L. Bernal-Agustín. Reliability and costs optimization for distribution networks expansion using an evolutionary algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16(1): 111–118, February 2001.
- Z. Renjun, Z. Yanping, e L. Jianhua. Reactive power optimization algorithm based on trust-region global sqp. In *Proc. of the 2006 PES General Meeting*, pages 1–5, Montreal, Canada, 18-22 June 2006.
- M. J. Rider. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando modelos cc-ca e técnicas de programação não-linear. Tese (doutorado em engenharia elétrica), Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Fevereiro 2006.
- M. J. Rider, C. A. Castro, M. F. Bedriñana, e A. V. Garcia. Towards a fast and robust interior point method for power system applications. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, 151(5):575–581, September 2004.
- M. J. Rider, A. V. Garcia, e R. Romero. Power system transmission network expansion planning using ac model. *IET, Generation, Transmission & Distribution*, 1(5):731–742, September 2007.
- R. Romero, A. Monticelli, A. Garcia, e S. Haffner. Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 149(1):27–36, January 2002.
- W. Rosehart, C. Roman, e A. Schellenberg. Optimal power flow with complementarity constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):813–822, May 2005.
- Anastasia S. Safigianni e George J. Salis. Optimum voltage regulator placement in a radial power distribution network. *IEEE Transactions on Power Systems*, 15(2):879–886, May 2000.
- C. S. S. Salas. Alocação Ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição radial. Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Março 2006.
- H. Schmidt, N. Ida, N. Kagan, e J. Guaraldo. Fast reconfiguration of distribution systems considering loss minimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(3):1311–1319, August 2005.
- F. C. Schweppe e J. Wildes. Power system static-state estimation, part i, ii, and iii. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(1):120–135, January 1970.
- NEOS server for optimization. Disponível em: <http://neos.mcs.anl.gov/neos/>, ultimo acesso outubro de 2008.

- S. S. Sharif, J. H. Taylor, E. F. Hill, B. Scott, e D. Daley. Real-time implementation of optimal reactive power flow. *IEEE Power Engineering Review*, 20(8):47–51, August 2000.
- I. C. Silva-Junior, S. Carneiro Junior, E. J. Oliveira, J. S. Costa, J. L. R. Pereira, e P. A. N. Garcia. A heuristic constructive algorithm for capacitor placement on distribution system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(4):1619–1626, November 2008.
- A. A. Sousa e G. L. Torres. Globally convergent optimal power flow by trust-region interior-point methods. In *Proc. of the International Conference 2007 IEEE Switzerland PowerTech*, pages 1–6, Lausanne, Switzerland, 1-5 January 2007.
- S. Sundhararajan e A. Pahwa. Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(3):1499–1507, August 1994.
- Itamar Szuvovivski. Alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão em sistemas de distribuição usando algoritmos genéticos e fluxo de potência Ótimo. Dissertação (mestrado em engenharia elétrica), Universidade Federal do Paraná. Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Março 2008.
- H. A. Taha. *Integer programing: theory applications and computations*. University of Arkansas Fayetteville, Arkansas, 1975.
- H. K. Temraz e M. M. A. Salama. A planning model for siting, sizing and timing of distribution substations and defining the associated service area. *Electric Power Systems Research*, 62(2):145–151, June 2002.
- G. L. Torres e V. H. Quintana. An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates. *IEEE Transactions on Power Systems*, 13(4):1211–1218, November 1998.
- R. J. Vanderbei. Loqo: An interior point code for quadratic programming. *Optimization Methods and Software*, 12:451–484, 1999.
- M. T. Vasconcelos, R. J. Vanderbei, e A. Santos Junior. New optimal power flow teaching using loqo interior point solver and ampl modeling. In *Proc. of the International Conference on Engineering and Computer Education (ICECE/IEEE)*, Rio de Janeiro, Brasil, 1999.
- A. Wächter e L. T. Biegler. Line search filter methods for nonlinear programming: Motivation and global convergence. *SIAM Journal on Optimization*, 16(1):1–31, 2005.
- A. Wächter e L. T. Biegler. Line search filter methods for nonlinear programming: Local convergence. *SIAM Journal on Optimization*, 16(1):32–48, 2006.

- A. Wächter e L. T. Biegler. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming: Series A*, 106(1):25–57, 2006.
- D. L. Wall, G. L. Thompson, e J. E. D. Northcote-Green. An optimization model for planning radial distribution networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 98(3):1061–1068, May 1979.
- R. A. Waltz, J. L. Morales, J. Nocedal, e D. Orban. An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps. *Mathematical Programming: Series A and B*, 3: 391–408, July 2006.
- H. Lee Willis. *Power Distribution Planning Reference Book*. Marcel Dekker, New York, 1997.
- Y. Wu e A. S. Debs. Initialisation, decoupling, hot start, and warm start in direct nonlinear interior point algorithm for optimal power flows. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, 148(1):67–75, January 2001.
- A. S. Debs Y. C. Wu e R. E. Marsten. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(2):876–883, May 1994.
- W. Yan, J. Yu, D. C. Yu, e K. Bhattarai. A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(1):61–67, February 2006.
- M. Yongfei e W. Xianmin. Application of sequential quadratic programming algorithm based on region search method in reactive power optimization. In *Proc. of the 3rd International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, pages 1–5, Veracruz, Mexico, 6-8 September 2006.
- H. K. Youssef, R. Hackam, e M. A. Abu-El-Magd. Novel optimization model for long range distribution planning. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 104(11):3195–3202, November 1985.
- D. Zhang, Z. Fu, e L. Zhang. An improved tabu search algorithm for loss minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. *Electrical Power & Energy Systems*, 77(5-6):685–694, 2007.
- R. Zhou, Y. Zhang, e H. Yang. A trust-region algorithm based on global sqp for reactive power optimization. In *Proc. of the 2nd International Conference on Electrical and Electronics Engineering*, pages 292–295, Mexico City, Mexico, 7-9 Sep 2005.

# Apêndice A

## Dados dos Sistemas de Distribuição Testadas

### A.1 Sistema de distribuição de 23 barras

Dados de Barra					
Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$	Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$
	kVA	kVA		kVA	kVA
1	0,0	10000,0	13	320,0	–
2	0,0	–	14	320,0	–
3	640,0	–	15	320,0	–
4	320,0	–	16	320,0	–
5	320,0	–	17	320,0	–
6	320,0	–	18	320,0	–
7	320,0	–	19	320,0	–
8	320,0	–	20	320,0	–
9	320,0	–	21	320,0	–
10	320,0	–	22	320,0	–
11	320,0	–	23	320,0	–
12	320,0	–			

Dados de Condutores				
Tipo	Capacidade	Resistência	Reatância	Custo
	A	$\Omega/\text{km}$	$\Omega/\text{km}$	US\$/km
1	230	0,6045	0,429	10000
4	340	0,3017	0,402	40000

**Dados de Circuito**

Barra De	Barra Para	Comprimento km
1	10	0,20209
2	8	0,07560
3	8	2,70790
3	9	1,82020
3	16	4,22370
4	5	0,94020
4	6	1,50170
4	8	2,30530
4	9	3,44790
5	14	1,01620
5	23	0,64091
6	7	0,81807

Barra De	Barra Para	Comprimento km
6	14	0,81772
6	16	1,17520
7	8	0,68661
8	9	2,05670
10	14	0,42971
10	19	0,59489
10	20	0,69728
11	13	0,50527
11	21	0,63941
11	22	0,69245
12	15	0,98085
12	23	0,67855

Barra De	Barra Para	Comprimento km
13	15	0,62291
14	17	0,44821
14	23	0,48604
15	18	0,57114
15	21	0,60687
16	20	0,50185
16	22	0,94829
17	18	0,44113
19	20	0,73027
19	21	0,55500
19	22	0,58266

## A.2 Sistema de distribuição de 33 barras

Dados de Barra							
Barra	$P_D$	$Q_D$	$\overline{S}^0$	Barra	$P_D$	$Q_D$	$\overline{S}^0$
	kW	kVAr	kVA		kW	kVAr	kVA
0	0,0	0,0	5000	17	90,0	40,0	—
1	100,0	60,0	—	18	90,0	40,0	—
2	90,0	40,0	—	19	90,0	40,0	—
3	120,0	80,0	—	20	90,0	40,0	—
4	60,0	30,0	—	21	90,0	40,0	—
5	60,0	20,0	—	22	90,0	50,0	—
6	200,0	100,0	—	23	420,0	200,0	—
7	200,0	100,0	—	24	420,0	200,0	—
8	60,0	20,0	—	25	60,0	25,0	—
9	60,0	20,0	—	26	60,0	25,0	—
10	45,0	30,0	—	27	60,0	20,0	—
11	60,0	35,0	—	28	120,0	70,0	—
12	60,0	35,0	—	29	200,0	600,0	—
13	120,0	80,0	—	30	150,0	70,0	—
14	60,0	10,0	—	31	210,0	100,0	—
15	60,0	20,0	—	32	60,0	40,0	—
16	60,0	20,0	—				

**Dados de Circuito**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
0	1	0,0922	0,0470	19	20	0,4095	0,4784
1	2	0,4930	0,2511	20	21	0,7089	0,9373
2	3	0,3660	0,1864	2	22	0,4512	0,3083
3	4	0,3811	0,1941	22	23	0,8980	0,7091
4	5	0,8190	0,7070	23	24	0,8960	0,7011
5	6	0,1872	0,6188	5	25	0,2030	0,1034
6	7	0,7114	0,2351	25	26	0,2842	0,1447
7	8	1,0300	0,7400	26	27	1,0590	0,9337
8	9	1,0440	0,7400	27	28	0,8042	0,7006
9	10	0,1966	0,0650	28	29	0,5075	0,2585
10	11	0,3744	0,1238	29	30	0,9744	0,9630
11	12	1,4680	1,1550	30	31	0,3105	0,3619
12	13	0,5416	0,7129	31	32	0,3410	0,5302
13	14	0,5910	0,5260	7	20	2,0000	2,0000
14	15	0,7463	0,5450	8	14	2,0000	2,0000
15	16	1,2890	1,7210	11	21	2,0000	2,0000
16	17	0,7320	0,5740	17	32	0,5000	0,5000
1	18	0,1640	0,1565	24	28	0,5000	0,5000
18	19	1,5042	1,3554				

### A.3 Sistema de distribuição de 54 barras

Dados de Barra									
Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$	$\bar{S}$	$c_f$	Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$	$\bar{S}$	$c_f$
	kVA	kVA	kVA	US\$		kVA	kVA	kVA	US\$
101	0,0000	167	167	100000	24	5,0090	—	—	—
102	0,0000	167	133	80000	25	8,9900	—	—	—
103	0,0000	—	222	200000	26	11,9867	—	—	—
104	0,0000	—	222	240000	27	15,0270	—	—	—
1	42,0405	—	—	—	28	6,9778	—	—	—
2	15,0270	—	—	—	29	13,9989	—	—	—
3	6,9778	—	—	—	30	26,0292	—	—	—
4	11,0023	—	—	—	31	6,9778	—	—	—
5	26,0292	—	—	—	32	16,9956	—	—	—
6	6,9778	—	—	—	33	29,0259	—	—	—
7	10,0180	—	—	—	34	11,9867	—	—	—
8	19,0079	—	—	—	35	8,9900	—	—	—
9	11,9867	—	—	—	36	2,9967	—	—	—
10	29,0259	—	—	—	37	21,0202	—	—	—
11	2,9967	—	—	—	38	11,0023	—	—	—
12	18,0236	—	—	—	39	10,0180	—	—	—
13	11,0023	—	—	—	40	13,9989	—	—	—
14	10,0180	—	—	—	41	8,9900	—	—	—
15	13,9989	—	—	—	42	11,9867	—	—	—
16	19,0079	—	—	—	43	13,0146	—	—	—
17	6,9778	—	—	—	44	13,9989	—	—	—
18	11,9867	—	—	—	45	8,0056	—	—	—
19	13,9989	—	—	—	46	18,0236	—	—	—
20	8,0056	—	—	—	47	10,0180	—	—	—
21	18,0236	—	—	—	48	8,0056	—	—	—
22	11,0023	—	—	—	49	5,0090	—	—	—
23	10,0180	—	—	—	50	8,0056	—	—	—

Dados de Condutores				
Tipo	Capacidade	Resistência	Reatância	Custo
	A	$\Omega/\text{km}$	$\Omega/\text{km}$	US\$/km
1	90	6,660673	4,593557	4000
2	110	5,322794	4,494030	7000



**Dados de Circuito**

Barra De	Barra Para	Comprimento km	Barra De	Barra Para	Comprimento km	Barra De	Barra Para	Comprimento km
1	101	0,281	21	104	0,250	39	38	0,343
3	101	0,218	22	104	0,375	32	39	0,406
4	3	0,312	22	9	0,468	33	39	0,281
7	4	0,250	23	22	0,343	8	33	0,468
5	4	0,312	24	23	0,281	34	33	0,187
8	7	0,312	25	24	0,218	35	34	0,218
6	5	0,250	8	25	0,281	36	35	0,218
9	1	0,343	27	8	0,375	36	103	0,250
2	1	0,312	26	27	0,343	28	103	0,312
10	9	0,718	28	27	0,312	41	103	0,312
14	102	0,375	28	6	0,500	40	41	0,375
15	14	0,375	30	104	0,281	16	40	0,250
16	15	0,281	29	30	0,312	42	41	0,375
11	102	0,281	43	30	0,406	48	42	0,250
12	11	0,312	37	43	0,250	49	48	0,375
13	12	0,437	31	37	0,187	50	49	0,218
20	19	0,312	10	31	0,312	47	42	0,312
19	18	0,250	43	13	0,375	46	47	0,312
18	17	0,406	45	12	0,250	14	46	0,343
17	9	0,430	44	45	0,218			
21	18	0,312	38	44	0,312			

## A.4 Sistema de distribuição de 70 barras

Dados de Barra							
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
1	0,00	0,00	60000	36	6,00	4,00	—
2	0,00	0,00	—	37	26,00	18,55	—
3	0,00	0,00	—	38	26,00	18,55	—
4	0,00	0,00	—	39	0,00	0,00	—
5	0,00	0,00	—	40	24,00	17,00	—
6	0,00	0,00	—	41	24,00	17,00	—
7	2,60	2,20	—	42	1,20	1,00	—
8	40,40	30,00	—	43	0,00	0,00	—
9	75,00	54,00	—	44	6,00	4,30	—
10	30,00	22,00	—	45	0,00	0,00	—
11	28,00	19,00	—	46	39,22	26,30	—
12	145,00	104,00	—	47	39,22	26,30	—
13	145,00	104,00	—	48	0,00	0,00	—
14	8,00	5,50	—	49	79,00	56,40	—
15	8,00	5,50	—	50	384,70	274,50	—
16	0,00	0,00	—	51	384,70	274,50	—
17	45,50	30,00	—	52	40,50	28,30	—
18	60,00	35,00	—	53	3,60	2,70	—
19	60,00	35,00	—	54	4,35	3,50	—
20	0,00	0,00	—	55	26,40	19,00	—
21	1,00	0,60	—	56	24,00	17,20	—
22	114,00	81,00	—	57	0,00	0,00	—
23	5,30	3,50	—	58	0,00	0,00	—
24	0,00	0,00	—	59	0,00	0,00	—
25	28,00	20,00	—	60	100,00	72,00	—
26	0,00	0,00	—	61	0,00	0,00	—
27	14,00	10,00	—	62	1244,00	888,00	—
28	14,00	10,00	—	63	32,00	23,00	—
29	26,00	18,60	—	64	0,00	0,00	—
30	26,00	18,60	—	65	227,00	162,00	—
31	0,00	0,00	—	66	59,00	42,00	—
32	0,00	0,00	—	67	18,00	13,00	—
33	0,00	0,00	—	68	18,00	13,00	—
34	14,00	10,00	—	69	28,00	20,00	—
35	19,50	14,00	—	70	28,00	20,00	—

## Dados de Circuito

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
1	2	0,0005000	0,0012000	30	31	0,3978000	0,1315000
2	3	0,0005000	0,0012000	31	32	0,0702000	0,0232000
3	4	0,0000001	0,0000001	32	33	0,3510000	0,1160000
3	29	0,0044000	0,0108000	33	34	0,8390000	0,2816000
4	5	0,0015000	0,0036000	34	35	1,7080000	0,5646000
4	37	0,0044000	0,0108000	35	36	1,4740000	0,4873000
5	6	0,0251000	0,0294000	37	38	0,0640000	0,1565000
5	48	0,0034000	0,0084000	38	39	0,1053000	0,1230000
6	7	0,3660000	0,1864000	39	40	0,0304000	0,0355000
7	8	0,3811000	0,1941000	40	41	0,0018000	0,0021000
8	9	0,0922000	0,0470000	41	42	0,7283000	0,8509000
9	10	0,0493000	0,0251000	42	43	0,3100000	0,3623000
9	52	0,0928000	0,0473000	43	44	0,0410000	0,0478000
10	11	0,8190000	0,2707000	44	45	0,0092000	0,0116000
10	54	0,1740000	0,0886000	45	46	0,1089000	0,1373000
11	12	0,1872000	0,0619000	46	47	0,0009000	0,0012000
12	13	0,7114000	0,2351000	48	49	0,0851000	0,2083000
12	67	0,2012000	0,0611000	49	50	0,2898000	0,7091000
13	14	1,0300000	0,3400000	50	51	0,0822000	0,2011000
13	69	0,7394000	0,2444000	52	53	0,3319000	0,1114000
14	15	1,0440000	0,3450000	54	55	0,2030000	0,1034000
15	16	1,0580000	0,3496000	55	56	0,2842000	0,1447000
16	17	0,1966000	0,0650000	56	57	0,2813000	0,1433000
17	18	0,3744000	0,1238000	57	58	1,5900000	0,5337000
18	19	0,0047000	0,0016000	58	59	0,7837000	0,2630000
19	20	0,3276000	0,1083000	59	60	0,3042000	0,1006000
20	21	0,2106000	0,0696000	60	61	0,3861000	0,1172000
21	22	0,3416000	0,1129000	61	62	0,5075000	0,2585000
22	23	0,0140000	0,0046000	62	63	0,0974000	0,0496000
23	24	0,1591000	0,0526000	63	64	0,1450000	0,0738000
24	25	0,3463000	0,1145000	64	65	0,7105000	0,3619000
25	26	0,7488000	0,2475000	65	66	1,0410000	0,5302000
26	27	0,3089000	0,1021000	67	68	0,0047000	0,0014000
27	28	0,1732000	0,0572000	69	70	0,0047000	0,0016000
29	30	0,0640000	0,1565000				

## A.5 Sistema de distribuição de 84 barras

Dados de Barra											
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\overline{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\overline{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\overline{S}^0$ kVA
0	0	0	50000	28	1800	1300	—	56	0	0	—
1	0	0	—	29	200	120	—	57	30	20	—
2	100	50	—	30	0	0	—	58	600	420	—
3	300	200	—	31	1800	1600	—	59	0	0	—
4	350	250	—	32	200	150	—	60	20	10	—
5	220	100	—	33	200	100	—	61	20	10	—
6	1100	800	—	34	800	600	—	62	200	130	—
7	400	320	—	35	100	60	—	63	300	240	—
8	300	200	—	36	100	60	—	64	300	200	—
9	300	230	—	37	20	10	—	65	0	0	—
10	300	260	—	38	20	10	—	66	50	30	—
11	0	0	—	39	20	10	—	67	0	0	—
12	1200	800	—	40	20	10	—	68	400	360	—
13	800	600	—	41	200	160	—	69	0	0	—
14	700	500	—	42	50	30	—	70	0	0	—
15	0	0	—	43	0	0	—	71	2000	1500	—
16	300	150	—	44	30	20	—	72	200	150	—
17	500	350	—	45	800	700	—	73	0	0	—
18	700	400	—	46	200	150	—	74	0	0	—
19	1200	1000	—	47	0	0	—	75	1200	950	—
20	300	300	—	48	0	0	—	76	300	180	—
21	400	350	—	49	0	0	—	77	0	0	—
22	50	20	—	50	200	160	—	78	400	360	—
23	50	20	—	51	800	600	—	79	2000	1300	—
24	50	10	—	52	500	300	—	80	200	140	—
25	50	30	—	53	500	350	—	81	500	360	—
26	100	60	—	54	500	300	—	82	100	30	—
27	100	70	—	55	200	80	—	83	400	360	—

Dados de Circuito							
Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
0	1	0,1944	0,6624	48	49	0,0655	0,1345
1	2	0,2096	0,4304	49	50	0,0393	0,0807
2	3	0,2358	0,4842	50	51	0,0786	0,1614
3	4	0,0917	0,1883	51	52	0,0393	0,0807

## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
4	5	0,2096	0,4304	52	53	0,0786	0,1614
5	6	0,0393	0,0807	53	54	0,0524	0,1076
6	7	0,0405	0,1380	54	55	0,1310	0,2690
7	8	0,1048	0,2152	0	56	0,2268	0,7728
7	9	0,2358	0,4842	56	57	0,5371	1,1029
7	10	0,1048	0,2152	57	58	0,0524	0,1076
0	11	0,0786	0,1614	58	59	0,0405	0,1380
11	12	0,3406	0,6944	59	60	0,0393	0,0807
12	13	0,0262	0,0538	60	61	0,0262	0,0538
12	14	0,0786	0,1614	61	62	0,1048	0,2152
0	15	0,1134	0,3864	62	63	0,2358	0,4842
15	16	0,0524	0,1076	63	64	0,0243	0,0828
16	17	0,0524	0,1076	0	65	0,0486	0,1656
17	18	0,1572	0,3228	65	66	0,1703	0,3497
18	19	0,0393	0,0807	66	67	0,1215	0,4140
19	20	0,1703	0,3497	67	68	0,2187	0,7452
20	21	0,2358	0,4842	68	69	0,0486	0,1656
21	22	0,1572	0,3228	69	70	0,0729	0,2484
21	23	0,1965	0,4035	70	71	0,0567	0,1932
23	24	0,1310	0,2690	71	72	0,0262	0,0528
0	25	0,0567	0,1932	0	73	0,3240	1,1040
25	26	0,1048	0,2152	73	74	0,0324	0,1104
26	27	0,2489	0,5111	74	75	0,0567	0,1932
27	28	0,0486	0,1656	75	76	0,0486	0,1656
28	29	0,1310	0,2690	0	77	0,2511	0,8556
0	30	0,1965	0,3960	77	78	0,1296	0,4416
30	31	0,1310	0,2690	78	79	0,0486	0,1656
31	32	0,1310	0,2690	79	80	0,1310	0,2640
32	33	0,0262	0,0538	80	81	0,1310	0,2640
33	34	0,1703	0,3497	81	82	0,0917	0,1883
34	35	0,0524	0,1076	82	83	0,3144	0,6456
35	36	0,4978	1,0222	5	55	0,1310	0,2690
36	37	0,0393	0,0807	7	60	0,1310	0,2690
37	38	0,0393	0,0807	11	43	0,1310	0,2690
38	39	0,0786	0,1614	12	72	0,3406	0,6994
39	40	0,2096	0,4304	13	76	0,4585	0,9415
38	41	0,1965	0,4035	14	18	0,5371	1,0824
41	42	0,2096	0,4304	16	26	0,0917	0,1883
0	43	0,0486	0,1656	20	83	0,0786	0,1614
43	44	0,0393	0,0807	28	32	0,0524	0,1076
44	45	0,1310	0,2690	29	39	0,0786	0,1614
45	46	0,2358	0,4842	34	46	0,0262	0,0538
0	47	0,2430	0,8280	40	42	0,1965	0,4035
47	48	0,0655	0,1345	53	64	0,0393	0,0807

## A.6 Sistema de distribuição de 119 barras

Dados de Barra							
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
0	0,0	0,0	40000	60	80,551	49,156	—
1	0,0	0,0	—	61	95,86	90,758	—
2	133,84	101,14	—	62	62,92	47,7	—
3	16,214	11,292	—	63	478,8	463,74	—
4	34,315	21,845	—	64	120,94	52,006	—
5	73,016	63,602	—	65	139,11	100,34	—
6	144,2	68,604	—	66	391,78	193,5	—
7	104,47	61,725	—	67	27,741	26,713	—
8	28,547	11,503	—	68	52,814	25,257	—
9	87,56	51,073	—	69	66,89	38,713	—
10	198,2	106,77	—	70	467,5	395,14	—
11	146,8	75,995	—	71	594,85	239,74	—
12	26,04	18,687	—	72	132,5	84,363	—
13	52,1	23,22	—	73	52,699	22,482	—
14	141,9	117,5	—	74	869,79	614,775	—
15	21,87	28,79	—	75	31,349	29,817	—
16	33,37	26,45	—	76	192,39	122,43	—
17	32,43	25,23	—	77	65,75	45,37	—
18	20,234	11,906	—	78	238,15	223,22	—
19	156,94	78,523	—	79	294,55	162,47	—
20	546,29	351,4	—	80	485,57	437,92	—
21	180,31	164,2	—	81	243,53	183,03	—
22	93,167	54,594	—	82	243,53	183,03	—
23	85,18	39,65	—	83	134,25	119,29	—
24	168,1	95,178	—	84	22,71	27,96	—
25	125,11	150,22	—	85	49,513	26,515	—
26	16,03	24,62	—	86	383,78	257,16	—
27	26,03	24,62	—	87	49,64	20,6	—
28	594,56	522,62	—	88	22,473	11,806	—
29	120,62	59,117	—	89	62,93	42,96	—
30	102,38	99,554	—	90	30,67	34,93	—
31	513,4	318,5	—	91	62,53	66,79	—
32	475,25	456,14	—	92	114,57	81,748	—
33	151,43	136,79	—	93	81,292	66,526	—
34	205,38	83,302	—	94	31,733	15,96	—
35	131,6	93,082	—	95	33,32	60,48	—

## Dados de Barra (continuação)

Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
36	448,4	369,79	—	96	531,28	224,85	—
37	440,52	321,64	—	97	507,03	367,42	—
38	112,54	55,134	—	98	26,39	11,7	—
39	53,963	38,998	—	99	45,99	30,392	—
40	393,05	342,6	—	100	100,66	47,572	—
41	326,74	278,56	—	101	456,48	350,3	—
42	536,26	240,24	—	102	522,56	449,29	—
43	76,247	66,562	—	103	408,43	168,46	—
44	53,52	39,76	—	104	141,48	134,25	—
45	40,328	31,964	—	105	104,43	66,024	—
46	39,653	20,758	—	106	96,793	83,647	—
47	66,195	42,361	—	107	493,92	419,34	—
48	73,904	51,653	—	108	225,38	135,88	—
49	114,77	57,965	—	109	509,21	387,21	—
50	918,37	1205,1	—	110	188,5	173,46	—
51	210,3	146,66	—	111	918,03	898,55	—
52	66,68	56,608	—	112	305,08	215,37	—
53	42,207	40,184	—	113	54,38	40,97	—
54	433,74	283,41	—	114	211,14	192,9	—
55	62,1	26,86	—	115	67,009	53,336	—
56	92,46	88,38	—	116	162,07	90,321	—
57	85,188	55,436	—	117	48,785	29,156	—
58	345,3	332,4	—	118	33,9	18,98	—
59	22,5	16,83	—				

## Dados de Circuito

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
0	1	0,0000	0,00010	67	68	0,5040	0,33030
1	2	0,0360	0,01296	68	69	0,4060	0,14610
2	3	0,0330	0,01188	69	70	0,9620	0,76100
2	4	0,0450	0,01620	70	71	0,1650	0,06000
4	5	0,0150	0,05400	71	72	0,3030	0,10920
5	6	0,0150	0,05400	72	73	0,3030	0,10920
6	7	0,0150	0,01250	73	74	0,2060	0,14400
7	8	0,0180	0,01400	74	75	0,2330	0,08400
8	9	0,0210	0,06300	75	76	0,5910	0,17730
2	10	0,1660	0,13440	76	77	0,1260	0,04530
10	11	0,1120	0,07890	64	78	0,5590	0,36870

**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
11	12	0,1870	0,31300	78	79	0,1860	0,12270
12	13	0,1420	0,15120	79	80	0,1860	0,12270
13	14	0,1800	0,11800	80	81	0,2600	0,13900
14	15	0,1500	0,04500	81	82	0,1540	0,14800
15	16	0,1600	0,18000	82	83	0,2300	0,12800
16	17	0,1570	0,17100	83	84	0,2520	0,10600
11	18	0,2180	0,28500	84	85	0,1800	0,14800
18	19	0,1180	0,18500	79	86	0,1600	0,18200
19	20	0,1600	0,19600	86	87	0,2000	0,23000
20	21	0,1200	0,18900	87	88	0,1600	0,39300
21	22	0,1200	0,07890	65	89	0,6690	0,24120
22	23	1,4100	0,72300	89	90	0,2660	0,12270
23	24	0,2930	0,13480	90	91	0,2660	0,12270
24	25	0,1330	0,10400	91	92	0,2660	0,12270
25	26	0,1780	0,13400	92	93	0,2660	0,12270
26	27	0,1780	0,13400	93	94	0,2330	0,11500
4	28	0,0150	0,02960	94	95	0,4960	0,13800
28	29	0,0120	0,02760	91	96	0,1960	0,18000
29	30	0,1200	0,27660	96	97	0,1960	0,18000
30	31	0,2100	0,24300	97	98	0,1866	0,12200
31	32	0,1200	0,05400	98	99	0,0746	0,31800
32	33	0,1780	0,23400	1	100	0,0625	0,02650
33	34	0,1780	0,23400	100	101	0,1501	0,23400
34	35	0,1540	0,16200	101	102	0,1347	0,08880
30	36	0,1870	0,26100	102	103	0,2307	0,12030
36	37	0,1330	0,09900	103	104	0,4470	0,16080
29	38	0,3300	0,19400	104	105	0,1632	0,05880
38	39	0,3100	0,19400	105	106	0,3300	0,09900
39	40	0,1300	0,19400	106	107	0,1560	0,05610
40	41	0,2800	0,15000	107	108	0,3819	0,13740
41	42	1,1800	0,85000	108	109	0,1626	0,05850
42	43	0,4200	0,24360	109	110	0,3819	0,13740
43	44	0,2700	0,09720	110	111	0,2445	0,08790
44	45	0,3390	0,12210	110	112	0,2088	0,07530
45	46	0,2700	0,17790	112	113	0,2301	0,08280
35	47	0,2100	0,13830	100	114	0,6102	0,21960
47	48	0,1200	0,07890	114	115	0,1866	0,12700
48	49	0,1500	0,09870	115	116	0,3732	0,24600
49	50	0,1500	0,09870	116	117	0,4050	0,36700



**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
50	51	0,2400	0,15810	117	118	0,4890	0,43800
51	52	0,1200	0,07890	46	27	0,5258	0,29250
52	53	0,4050	0,14580	17	27	0,5258	0,29160
52	54	0,4050	0,14580	8	24	0,4272	0,15390
29	55	0,3910	0,14100	54	43	0,4800	0,17280
55	56	0,4060	0,14610	62	54	0,3600	0,12960
56	57	0,4060	0,14610	37	62	0,5700	0,57200
57	58	0,7060	0,54610	9	40	0,5300	0,33480
58	59	0,3380	0,12180	58	96	0,3957	0,14250
59	60	0,3380	0,12180	73	91	0,6800	0,64800
60	61	0,2070	0,07470	88	75	0,4062	0,14640
61	62	0,2470	0,89220	99	77	0,4626	0,16740
1	63	0,0280	0,04180	108	83	0,6510	0,23400
63	64	0,1170	0,20160	105	86	0,8125	0,29250
64	65	0,2550	0,09180	110	118	0,7089	0,25530
65	66	0,2100	0,07590	25	35	0,5000	0,50000
66	67	0,3830	0,13800				

## A.7 Sistema de distribuição de 136 barras - 1 SE

Dados de Barra							
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
0	0,0	0,0	30000	68	176,408	70,184	—
1	0,0	0,0	—	69	83,015	33,028	—
2	47,780	19,009	—	70	217,917	86,698	—
3	42,551	16,929	—	71	23,294	9,267	—
4	87,022	34,622	—	72	5,075	2,019	—
5	311,310	123,855	—	73	72,638	28,899	—
6	148,869	59,228	—	74	405,990	161,523	—
7	238,672	94,956	—	75	0,0	0,0	—
8	62,299	24,786	—	76	100,182	42,468	—
9	124,598	49,571	—	77	142,523	60,417	—
10	140,175	55,768	—	78	96,042	40,713	—
11	116,813	46,474	—	79	300,454	127,366	—
12	249,203	99,145	—	80	141,238	59,873	—
13	291,447	115,952	—	81	279,847	118,631	—
14	303,720	120,835	—	82	87,312	37,013	—
15	215,396	85,695	—	83	243,849	103,371	—
16	198,586	79,007	—	84	247,750	105,025	—
17	0,0	0,0	—	85	0,0	0,0	—
18	0,0	0,0	—	86	89,878	38,101	—
19	0,0	0,0	—	87	1137,280	482,108	—
20	30,127	14,729	—	88	458,339	194,296	—
21	230,972	112,920	—	89	385,197	163,290	—
22	60,256	29,458	—	90	0,0	0,0	—
23	230,972	112,920	—	91	79,608	33,747	—
24	120,507	58,915	—	92	87,312	37,013	—
25	0,0	0,0	—	93	0,0	0,0	—
26	56,981	27,857	—	94	74,001	31,370	—
27	364,665	178,281	—	95	232,050	98,369	—
28	0,0	0,0	—	96	141,819	60,119	—
29	124,647	60,939	—	97	0,0	0,0	—
30	56,981	27,857	—	98	76,449	32,408	—
31	0,0	0,0	—	99	0,0	0,0	—
32	85,473	41,787	—	100	51,322	21,756	—
33	0,0	0,0	—	101	59,874	25,381	—
34	396,735	193,960	—	102	9,065	3,843	—
35	0,0	0,0	—	103	2,092	0,887	—

## Dados de Barra (continuação)

Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
36	181,152	88,563	–	104	16,735	7,094	–
37	242,172	118,395	–	105	1506,522	638,634	–
38	75,316	36,821	–	106	313,023	132,694	–
39	0,0	0,0	–	107	79,831	33,842	–
40	1,254	0,531	–	108	51,322	21,756	–
41	6,274	2,660	–	109	0,0	0,0	–
42	0,0	0,0	–	110	202,435	85,815	–
43	117,880	49,971	–	111	60,823	25,784	–
44	62,668	26,566	–	112	45,618	19,338	–
45	172,285	73,034	–	113	0,0	0,0	–
46	458,556	194,388	–	114	157,070	66,584	–
47	262,962	111,473	–	115	0,0	0,0	–
48	235,761	99,942	–	116	250,148	106,041	–
49	0,0	0,0	–	117	0,0	0,0	–
50	109,215	46,298	–	118	69,809	29,593	–
51	0,0	0,0	–	119	32,072	13,596	–
52	72,809	30,865	–	120	61,084	25,894	–
53	258,473	109,570	–	121	0,0	0,0	–
54	69,169	29,322	–	122	94,622	46,260	–
55	21,843	9,260	–	123	49,858	24,375	–
56	0,0	0,0	–	124	123,164	60,214	–
57	20,527	8,702	–	125	78,350	38,304	–
58	150,548	63,819	–	126	145,475	71,121	–
59	220,687	93,552	–	127	21,369	10,447	–
60	92,384	39,163	–	128	74,789	36,564	–
61	0,0	0,0	–	129	227,926	111,431	–
62	226,693	96,098	–	130	35,614	17,411	–
63	0,0	0,0	–	131	249,295	121,877	–
64	294,016	116,974	–	132	316,722	154,842	–
65	83,015	33,028	–	133	333,817	163,199	–
66	83,015	33,028	–	134	249,295	121,877	–
67	103,770	41,285	–	135	0,0	0,0	–

## Dados de Circuito

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
0	1	0,33205	0,76653	78	79	0,04690	0,10827
1	2	0,00188	0,00433	79	80	0,61950	0,61857
2	3	0,22324	0,51535	80	81	0,34049	0,33998

## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
3	4	0,09943	0,22953	81	82	0,56862	0,29911
4	5	0,15571	0,35945	81	83	0,10877	0,10860
5	6	0,16321	0,37677	83	84	0,56862	0,29911
6	7	0,11444	0,26417	0	85	0,01126	0,02598
6	8	0,05675	0,05666	85	86	0,41835	0,96575
8	9	0,52124	0,27418	86	87	0,10499	0,13641
8	10	0,10877	0,10860	86	88	0,43898	1,01338
10	11	0,39803	0,20937	88	89	0,07520	0,02579
10	12	0,91744	0,31469	89	90	0,07692	0,17756
10	13	0,11823	0,11805	90	91	0,33205	0,76653
13	14	0,50228	0,26421	91	92	0,08442	0,19488
13	15	0,05675	0,05666	92	93	0,13320	0,30748
15	16	0,29379	0,15454	93	94	0,29320	0,29276
0	17	0,33205	0,76653	94	95	0,21753	0,21721
17	18	0,00188	0,00433	95	96	0,26482	0,26443
18	19	0,22324	0,51535	93	97	0,10318	0,23819
19	20	0,10881	0,25118	97	98	0,13507	0,31181
20	21	0,71078	0,37388	0	99	0,00938	0,02165
20	22	0,18197	0,42008	99	100	0,16884	0,38976
22	23	0,30326	0,15952	100	101	0,11819	0,27283
22	24	0,02439	0,05630	101	102	2,28608	0,78414
24	25	0,04502	0,10394	101	103	0,45587	1,05236
25	26	0,01876	0,04331	103	104	0,69600	1,60669
26	27	0,11823	0,11805	104	105	0,45774	1,05669
27	28	0,02365	0,02361	105	106	0,20298	0,26373
28	29	0,18954	0,09970	106	107	0,21348	0,27737
29	30	0,39803	0,20937	107	108	0,54967	0,28914
28	31	0,05675	0,05666	108	109	0,54019	0,28415
31	32	0,09477	0,04985	107	110	0,04550	0,05911
32	33	0,41699	0,21934	110	111	0,47385	0,24926
33	34	0,11372	0,05982	111	112	0,86241	0,45364
31	35	0,07566	0,07555	112	113	0,56862	0,29911
35	36	0,36960	0,19442	108	114	0,77711	0,40878
36	37	0,26536	0,13958	114	115	1,08038	0,56830
35	38	0,05675	0,05666	109	116	1,09933	0,57827
0	39	0,33205	0,76653	116	117	0,47385	0,24926
39	40	0,11819	0,27283	104	118	0,32267	0,74488
40	41	2,96288	1,01628	118	119	0,14633	0,33779
40	42	0,00188	0,00433	119	120	0,12382	0,28583
42	43	0,06941	0,16024	0	121	0,01126	0,02598
43	44	0,81502	0,42872	121	122	0,64910	1,49842

## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
43	45	0,06378	0,14724	122	123	0,04502	0,10394
45	46	0,13132	0,30315	123	124	0,52640	0,18056
46	47	0,06191	0,14291	123	125	0,02064	0,04764
47	48	0,11444	0,26417	125	126	0,53071	0,27917
48	49	0,28374	0,28331	125	127	0,09755	0,22520
49	50	0,28374	0,28331	127	128	0,11819	0,27283
48	51	0,04502	0,10394	127	129	0,13882	0,32047
51	52	0,02626	0,06063	129	130	0,04315	0,09961
52	53	0,06003	0,13858	130	131	0,09192	0,21220
53	54	0,03002	0,06929	131	132	0,16134	0,37244
54	55	0,02064	0,04764	132	133	0,37832	0,37775
52	56	0,10881	0,25118	133	134	0,39724	0,39664
56	57	0,25588	0,13460	134	135	0,29320	0,29276
57	58	0,41699	0,21934	7	73	0,13132	0,30315
58	59	0,50228	0,26421	9	24	0,26536	0,13958
59	60	0,33170	0,17448	15	83	0,14187	0,14166
60	61	0,20849	0,10967	38	135	0,08512	0,08499
47	62	0,13882	0,32047	25	51	0,04502	0,10394
0	63	0,00750	0,01732	50	96	0,14187	0,14166
63	64	0,27014	0,62362	55	98	0,14187	0,14166
64	65	0,38270	0,88346	62	120	0,03940	0,09094
65	66	0,33018	0,76220	66	79	0,12944	0,29882
66	67	0,32830	0,75787	79	131	0,01688	0,03898
67	68	0,17072	0,39409	84	135	0,33170	0,17448
68	69	0,55914	0,29412	91	104	0,14187	0,14166
68	70	0,05816	0,13425	90	129	0,07692	0,17756
70	71	0,70130	0,36890	90	103	0,07692	0,17756
71	72	1,02352	0,53839	92	104	0,07692	0,17756
70	73	0,06754	0,15591	92	132	0,07692	0,17756
73	74	1,32352	0,45397	96	120	0,26482	0,26443
0	75	0,01126	0,02598	110	47	0,49696	0,64567
75	76	0,72976	1,68464	126	76	0,17059	0,08973
76	77	0,22512	0,51968	128	77	0,05253	0,12126
77	78	0,20824	0,48071	135	98	0,29320	0,29276

## A.8 Sistema de distribuição de 136 barras - 2 SE

Dados de Barra					
Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$	Barra	$S_D$	$\bar{S}^0$
	kVA	kVA		kVA	kVA
201	0,0000	15000	69	189,8585	—
202	0,0000	10000	70	89,3439	—
2	0,0000	—	71	234,5328	—
3	51,4225	—	72	25,0696	—
4	45,7949	—	73	5,4618	—
5	93,6563	—	74	78,1756	—
6	335,0450	—	75	436,9400	—
7	160,2193	—	76	0,0000	—
8	256,8657	—	77	108,8097	—
9	67,0485	—	78	154,7971	—
10	134,0893	—	79	104,3149	—
11	150,8472	—	80	326,3331	—
12	125,7155	—	81	153,4063	—
13	268,1983	—	82	303,9557	—
14	313,5349	—	83	94,8332	—
15	326,8763	—	84	264,8550	—
16	231,8113	—	85	269,0935	—
17	213,7290	—	86	0,0000	—
18	0,0000	—	87	97,6203	—
19	0,0000	—	88	1235,2656	—
20	0,0000	—	89	497,8233	—
21	33,5347	—	90	418,3810	—
22	257,0954	—	91	0,0000	—
23	67,0717	—	92	86,4655	—
24	257,0954	—	93	94,8332	—
25	134,1403	—	94	0,0000	—
26	0,0000	—	95	80,3755	—
27	63,4259	—	96	252,0390	—
28	405,9162	—	97	154,0363	—
29	0,0000	—	98	0,0000	—
30	138,7486	—	99	83,0344	—
31	63,4259	—	100	0,0000	—
32	0,0000	—	101	55,7429	—
33	95,1408	—	102	65,0314	—
34	0,0000	—	103	9,8459	—
35	441,6142	—	104	2,2722	—

**Dados de Barra (continuação)**

Barra	$S_D$ kVA	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$S_D$ kVA	$\bar{S}^0$ kVA
36	0,0000	–	105	18,1764	–
37	201,6400	–	106	1636,2733	–
38	269,5598	–	107	339,9825	–
39	83,8348	–	108	86,7079	–
40	0,0000	–	109	55,7429	–
41	1,3617	–	110	0,0000	–
42	6,8145	–	111	219,8776	–
43	0,0000	–	112	66,0976	–
44	128,0343	–	113	49,5475	–
45	67,6823	–	114	0,0000	–
46	187,1304	–	115	170,6001	–
47	498,0609	–	116	0,0000	–
48	285,6107	–	117	271,6974	–
49	256,0687	–	118	0,0000	–
50	0,0000	–	119	74,5133	–
51	118,6276	–	120	34,8348	–
52	0,0000	–	121	66,3457	–
53	79,0809	–	122	0,0000	–
54	280,7353	–	123	105,3247	–
55	75,1274	–	124	55,4973	–
56	23,7247	–	125	137,0916	–
57	0,0000	–	126	87,2119	–
58	22,2953	–	127	161,9340	–
59	163,5180	–	128	23,7860	–
60	239,6999	–	129	83,2485	–
61	100,3421	–	130	253,7099	–
62	0,0000	–	131	39,6421	–
63	246,2177	–	132	277,4891	–
64	0,0000	–	133	352,5435	–
65	316,4328	–	134	371,5777	–
66	89,3439	–	135	277,4891	–
67	89,3439	–	136	0,0000	–
68	111,6810	–			

**Dados de Condutores**

Tipo	Resistência $\Omega/\text{km}$	Reatância $\Omega/\text{km}$	Custo US\$/km
1	0.80680	0.70376	0.00
2	0.80680	0.70376	4000.00

## Dados de Circuito

Barra De	Barra Para	Comprimento km	Tipo	$n^0$	Barra De	Barra Para	Comprimento km	Tipo	$n^0$
201	2	0.7044	1	1	76	77	1.5480	1	0
2	3	0.0040	1	1	77	78	0.4775	1	0
3	4	0.4737	1	1	78	79	0.4417	1	0
4	5	0.2109	1	1	79	80	0.0995	1	0
5	6	0.3303	1	1	80	81	0.8159	1	0
6	7	0.3462	1	1	81	82	0.4484	1	0
7	8	0.2428	1	1	82	83	0.5839	1	0
7	9	0.0747	1	1	82	84	0.1432	1	0
9	10	0.5352	1	1	84	85	0.5839	1	0
9	11	0.1432	1	1	202	86	0.0239	1	0
11	12	0.4087	1	1	86	87	0.8874	1	0
11	13	0.8390	1	1	87	88	0.1577	1	0
11	14	0.1557	1	1	87	89	0.9312	1	0
14	15	0.5158	1	1	89	90	0.0688	1	0
14	16	0.0747	1	1	90	91	0.1632	1	0
16	17	0.3017	1	1	91	92	0.7044	1	0
201	18	0.7044	1	1	92	93	0.1791	1	0
18	19	0.0040	1	1	93	94	0.2825	1	0
19	20	0.4736	1	1	94	95	0.3861	1	0
20	21	0.2308	1	1	95	96	0.2865	1	0
21	22	0.7299	1	1	96	97	0.3488	1	0
21	23	0.3860	1	1	94	98	0.2189	1	0
23	24	0.3114	1	1	98	99	0.2865	1	0
23	25	0.0517	1	1	202	100	0.0199	1	0
25	26	0.0955	1	1	100	101	0.3582	1	0
26	27	0.0398	1	1	101	102	0.2507	1	0
27	28	0.1522	1	1	102	103	2.0906	1	0
28	29	0.0311	1	1	102	104	0.9670	1	0
29	30	0.1946	1	1	104	105	1.4764	1	0
30	31	0.4087	1	1	105	106	0.9710	1	0
29	32	0.0747	1	1	106	107	0.3048	1	0
32	33	0.0973	1	1	107	108	0.3206	1	0
33	34	0.4282	1	1	108	109	0.5644	1	0
34	35	0.1168	1	1	109	110	0.5547	1	0
32	36	0.0996	1	1	108	111	0.0683	1	0
36	37	0.3795	1	1	111	112	0.4866	1	0
37	38	0.2725	1	1	112	113	0.8856	1	0
36	39	0.0747	1	1	113	114	0.5839	1	0
201	40	0.7044	1	1	109	115	0.7980	1	0



## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Comprimento km	Tipo	$n^0$	Barra De	Barra Para	Comprimento km	Tipo	$n^0$
40	41	0.2507	1	1	115	116	1.1094	1	0
41	42	2.7095	1	1	110	117	1.1056	1	0
41	43	0.0040	1	1	117	118	0.4866	1	0
43	44	0.1472	1	1	105	119	0.6845	1	0
44	45	0.8369	1	1	119	120	0.3104	1	0
44	46	0.1353	1	1	120	121	0.2627	1	0
46	47	0.2786	1	1	202	122	0.0239	1	0
47	48	0.1313	1	1	122	123	1.3769	1	0
48	49	0.2428	1	1	123	124	0.0955	1	0
49	50	0.3737	1	1	124	125	0.4814	1	0
50	51	0.3736	1	1	124	126	0.0438	1	0
49	52	0.0955	1	1	126	127	0.5450	1	0
52	53	0.0557	1	1	126	128	0.2069	1	0
53	54	0.1273	1	1	128	129	0.2507	1	0
54	55	0.0637	1	1	128	130	0.2945	1	0
55	56	0.0438	1	1	130	131	0.0915	1	0
53	57	0.2308	1	1	131	132	0.1950	1	0
57	58	0.2628	1	1	132	133	0.3422	1	0
58	59	0.4282	1	1	133	134	0.4982	1	0
59	60	0.5158	1	1	134	135	0.5231	1	0
60	61	0.3406	1	1	135	136	0.3861	1	0
61	62	0.2141	1	1	12	75	0.1800	2	0
48	63	0.2945	1	1	16	75	0.1400	2	0
202	64	0.0159	1	0	16	85	0.1800	2	0
64	65	0.5730	1	0	17	85	0.1900	2	0
65	66	0.8118	1	0	31	136	0.1500	2	0
66	67	0.7004	1	0	39	136	0.1100	2	0
67	68	0.6964	1	0	38	99	0.1100	2	0
68	69	0.3621	1	0	56	99	0.1400	2	0
69	70	0.5742	1	0	62	99	0.1500	2	0
69	71	0.1234	1	0	62	97	0.2000	2	0
71	72	0.7201	1	0	51	97	0.3000	2	0
72	73	1.0510	1	0	45	114	0.2000	2	0
71	74	0.1433	1	0	45	118	0.3000	2	0
74	75	1.2103	1	0	63	108	0.1000	2	0
202	76	0.0239	1	0					

## A.9 Sistema de distribuição de 202 barras

Dados de Barra							
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
1	0,00	0,00	95000	105	127,50	79,01	—
3	38,25	23,70	—	106	95,63	59,25	—
4	0,00	0,00	—	107	106,25	65,84	—
5	63,75	39,50	—	108	127,50	79,01	—
6	0,00	0,00	—	109	95,63	59,25	—
8	38,25	23,70	—	111	127,50	79,01	—
9	95,20	58,99	—	112	127,50	79,01	—
10	63,75	39,50	—	113	0,00	0,00	—
12	510,00	316,02	—	115	318,75	197,51	—
13	0,00	0,00	—	116	350,63	217,26	—
16	63,75	39,50	—	117	446,25	276,52	—
17	127,50	79,01	—	118	63,75	39,50	—
18	63,75	39,50	—	119	127,50	79,01	—
19	63,75	39,50	—	120	63,75	39,50	—
20	255,00	158,01	—	121	382,50	237,02	—
21	0,00	0,00	—	122	0,00	0,00	—
22	0,00	0,00	—	125	446,25	276,52	—
24	510,00	316,02	—	126	331,50	205,41	—
25	382,50	237,02	—	127	233,75	144,84	—
27	191,25	118,51	—	128	573,75	355,52	—
29	51,00	31,60	—	129	276,25	171,18	—
30	95,63	59,25	—	130	255,00	158,01	—
31	95,63	59,25	—	131	393,13	243,60	—
32	0,00	0,00	—	132	510,00	316,02	—
33	350,63	217,26	—	134	0,00	0,00	—
34	350,63	217,26	—	136	0,00	0,00	—
35	0,00	0,00	—	137	0,00	0,00	—
37	63,75	39,50	—	138	0,00	0,00	—
39	95,63	59,25	—	140	63,75	39,50	—
40	0,00	0,00	—	142	38,25	23,70	—
41	255,00	158,01	—	143	38,25	23,70	—
42	0,00	0,00	—	144	63,75	39,50	—
43	191,25	118,51	—	146	63,75	39,50	—
44	95,63	59,25	—	147	0,00	0,00	—
45	0,00	0,00	—	149	95,63	59,25	—
47	63,75	39,50	—	151	63,75	39,50	—

## Dados de Barra (continuação)

Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
49	605,63	375,27	—	152	0,00	0,00	—
50	573,75	355,52	—	154	63,75	39,50	—
51	191,25	118,51	—	155	212,50	131,68	—
52	255,00	158,01	—	156	63,75	39,50	—
53	765,00	474,03	—	157	63,75	39,50	—
54	255,00	158,01	—	158	0,00	0,00	—
55	0,00	0,00	—	159	63,75	39,50	—
56	0,00	0,00	—	160	38,25	23,70	—
58	637,50	395,02	—	161	63,75	39,50	—
60	25,50	15,80	—	162	0,00	0,00	—
61	0,00	0,00	—	165	95,63	59,25	—
63	0,00	0,00	—	167	446,25	276,52	—
65	95,63	59,25	—	168	191,25	118,51	—
67	38,25	23,70	—	169	318,75	197,51	—
69	102,00	63,20	—	170	605,63	375,27	—
70	0,00	0,00	—	172	127,50	79,01	—
71	89,25	55,30	—	173	63,75	39,50	—
73	0,00	0,00	—	174	191,25	118,51	—
74	38,25	23,70	—	175	0,00	0,00	—
75	0,00	0,00	—	177	208,25	129,04	—
77	510,00	316,02	—	178	191,25	118,51	—
78	595,00	368,69	—	179	127,50	79,01	—
79	0,00	0,00	—	180	127,50	79,01	—
81	382,50	237,02	—	183	255,00	158,01	—
82	0,00	0,00	—	184	127,50	79,01	—
83	350,63	217,26	—	185	850,00	526,70	—
85	38,25	23,70	—	186	127,50	79,01	—
86	255,00	158,01	—	187	510,00	316,02	—
87	446,25	276,52	—	188	0,00	0,00	—
88	382,50	237,02	—	191	191,25	118,51	—
90	0,00	0,00	—	192	448,38	277,83	—
92	95,63	59,25	—	193	255,00	158,01	—
94	408,00	252,80	—	194	510,00	316,02	—
95	95,63	59,25	—	195	382,50	237,02	—
96	191,25	118,51	—	196	255,00	158,01	—
97	63,75	39,50	—	197	191,25	118,51	—
98	382,50	237,02	—	198	446,25	276,52	—
99	0,00	0,00	—	199	133,88	82,96	—
101	63,75	39,50	—	200	95,63	59,25	—
102	0,00	0,00	—	201	382,50	237,02	—
104	63,75	39,50	—	202	1030,20	638,36	—

## Dados de Circuito

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
1	3	0,01883	0,04232	105	106	0,00565	0,01269
3	4	0,06591	0,14812	102	107	0,00659	0,01481
4	5	0,03766	0,08464	107	108	0,01036	0,02328
5	6	0,01883	0,04232	106	109	0,01129	0,02539
6	8	0,01883	0,04232	109	111	0,00753	0,01693
8	9	0,01695	0,03809	111	112	0,00753	0,01693
9	10	0,01883	0,04232	112	113	0,00753	0,01693
10	12	0,05935	0,04654	113	115	0,00565	0,01269
10	13	0,01883	0,04232	115	116	0,00753	0,01693
10	16	0,04671	0,02445	116	117	0,00946	0,02116
16	17	0,09341	0,04890	113	118	0,05199	0,01773
17	18	0,07473	0,03912	113	119	0,00753	0,01693
17	19	0,18682	0,09780	119	120	0,00753	0,01693
19	20	0,07473	0,03912	120	121	0,00659	0,01481
13	21	0,03766	0,08464	121	122	0,00565	0,01269
21	22	0,04143	0,09310	122	125	0,01506	0,03385
22	24	0,00659	0,01481	122	126	0,06539	0,03003
24	25	0,00659	0,01481	125	127	0,00946	0,02116
25	27	0,02448	0,05502	127	128	0,00946	0,02116
25	29	0,06539	0,03423	127	129	0,01506	0,03386
29	30	0,04671	0,02445	129	130	0,01318	0,02962
30	31	0,04671	0,02445	130	131	0,01318	0,02962
31	32	0,04671	0,02445	131	132	0,01695	0,03809
32	33	0,05942	0,02026	1	134	0,06967	0,15658
32	34	0,08912	0,03039	134	136	0,01506	0,03386
29	35	0,09341	0,04890	136	137	0,06026	0,13542
35	37	0,03736	0,01956	137	138	0,00942	0,02116
35	39	0,03736	0,01956	137	140	0,02071	0,04655
27	40	0,00942	0,02116	140	142	0,00942	0,02116
40	41	0,03714	0,01266	142	143	0,00565	0,01269
40	42	0,00942	0,02116	140	144	0,02802	0,01467
42	43	0,00942	0,02116	137	146	0,07473	0,03912
43	44	0,00942	0,02116	146	147	0,05605	0,02934
42	45	0,05942	0,02026	147	149	0,03736	0,01956
45	47	0,03714	0,01266	146	151	0,04671	0,02445
45	49	0,03714	0,01266	143	152	0,00565	0,01269
44	50	0,01412	0,03174	152	154	0,00565	0,01269
50	51	0,01318	0,02962	154	155	0,00565	0,01269
51	52	0,01129	0,02539	155	156	0,00565	0,01269

## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
52	53	0,01129	0,02539	152	157	0,03736	0,01956
53	54	0,01129	0,02539	156	158	0,00565	0,01269
54	55	0,01129	0,02539	158	159	0,02802	0,01467
55	56	0,07427	0,02532	159	160	0,04671	0,02445
56	58	0,10397	0,03545	158	161	0,00942	0,02116
1	60	0,01597	0,04095	161	162	0,01129	0,02539
60	61	0,09901	0,25389	162	165	0,01883	0,04232
61	63	0,04152	0,10647	165	167	0,00565	0,01269
63	65	0,01916	0,04914	167	168	0,00565	0,01269
65	67	0,01597	0,04095	168	169	0,00753	0,01693
67	69	0,13369	0,04559	165	170	0,06539	0,03423
63	70	0,01883	0,04232	169	172	0,07122	0,05585
70	71	0,11141	0,03799	169	173	0,00942	0,02116
70	73	0,13369	0,04559	173	174	0,00942	0,02116
73	74	0,08169	0,02786	174	175	0,00942	0,02116
70	75	0,02071	0,04655	175	177	0,07473	0,03912
75	77	0,16339	0,05572	175	178	0,00377	0,00846
75	78	0,01129	0,02539	178	179	0,00377	0,00846
78	79	0,00753	0,01693	179	180	0,00565	0,01269
79	81	0,00942	0,02116	180	183	0,04671	0,02445
81	82	0,01129	0,02539	180	184	0,06072	0,03179
79	83	0,12626	0,04305	180	185	0,00565	0,01269
82	85	0,01318	0,02962	185	186	0,00565	0,01269
82	86	0,00471	0,01058	186	187	0,00565	0,01269
86	87	0,00565	0,01269	187	188	0,00565	0,01269
87	88	0,00942	0,02116	188	191	0,03858	0,03025
79	90	0,17825	0,06078	188	192	0,05045	0,03956
90	92	0,11141	0,03799	188	193	0,02259	0,05078
90	94	0,05605	0,02792	193	194	0,06539	0,03423
94	95	0,02802	0,01396	193	195	0,04671	0,02445
95	96	0,02802	0,01396	195	196	0,04671	0,02445
96	97	0,02802	0,01396	196	197	0,04671	0,02445
97	98	0,05138	0,02559	193	198	0,00942	0,02116
88	99	0,02071	0,04655	198	199	0,00942	0,02116
99	101	0,01412	0,03174	197	200	0,04671	0,02445
99	102	0,00565	0,01269	200	201	0,11209	0,05868
102	104	0,07427	0,02532	200	202	0,09341	0,04890
102	105	0,00471	0,01058				

## A.10 Sistema de distribuição de 400 barras

Dados de Barra											
Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
1	0,00	0,00	4500	135	41,40	17,55	—	269	0,00	0,00	—
2	0,00	0,00	—	136	0,00	0,00	—	270	0,00	0,00	—
3	0,00	0,00	—	137	0,00	0,00	—	271	0,00	0,00	—
4	0,00	0,00	—	138	0,00	0,00	—	272	0,00	0,00	—
5	0,00	0,00	—	139	0,00	0,00	—	273	0,00	0,00	—
6	0,00	0,00	—	140	0,00	0,00	—	274	9,20	3,90	—
7	0,00	0,00	—	141	0,00	0,00	—	275	0,00	0,00	—
8	0,00	0,00	—	142	27,60	11,70	—	276	0,00	0,00	—
9	0,00	0,00	—	143	0,00	0,00	—	277	0,00	0,00	—
10	0,00	0,00	—	144	0,00	0,00	—	278	0,00	0,00	—
11	0,00	0,00	—	145	0,00	0,00	—	279	0,00	0,00	—
12	69,00	29,25	—	146	0,00	0,00	—	280	69,00	29,25	—
13	0,00	0,00	—	147	0,00	0,00	—	281	0,00	0,00	—
14	0,00	0,00	—	148	0,00	0,00	—	282	0,00	0,00	—
15	0,00	0,00	—	149	0,00	0,00	—	283	0,00	0,00	—
16	46,00	19,50	—	150	0,00	0,00	—	284	0,00	0,00	—
17	0,00	0,00	—	151	0,00	0,00	—	285	0,00	0,00	—
18	0,00	0,00	—	152	69,00	29,25	—	286	27,60	11,70	—
19	0,00	0,00	—	153	0,00	0,00	—	287	0,00	0,00	—
20	0,00	0,00	—	154	13,80	5,85	—	288	0,00	0,00	—
21	0,00	0,00	—	155	0,00	0,00	—	289	0,00	0,00	—
22	69,00	29,25	—	156	0,00	0,00	—	290	0,00	0,00	—
23	0,00	0,00	—	157	0,00	0,00	—	291	0,00	0,00	—
24	69,00	29,25	—	158	0,00	0,00	—	292	103,50	43,88	—
25	0,00	0,00	—	159	391,00	165,70	—	293	0,00	0,00	—
26	0,00	0,00	—	160	0,00	0,00	—	294	0,00	0,00	—
27	0,00	0,00	—	161	0,00	0,00	—	295	0,00	0,00	—
28	0,00	0,00	—	162	0,00	0,00	—	296	0,00	0,00	—
29	0,00	0,00	—	163	0,00	0,00	—	297	0,00	0,00	—
30	0,00	0,00	—	164	46,00	19,50	—	298	0,00	0,00	—
31	0,00	0,00	—	165	0,00	0,00	—	299	0,00	0,00	—
32	0,00	0,00	—	166	0,00	0,00	—	300	0,00	0,00	—
33	0,00	0,00	—	167	0,00	0,00	—	301	0,00	0,00	—
34	0,00	0,00	—	168	0,00	0,00	—	302	0,00	0,00	—
35	0,00	0,00	—	169	0,00	0,00	—	303	0,00	0,00	—
36	0,00	0,00	—	170	0,00	0,00	—	304	46,00	19,50	—

## Dados de Barra (continuação)

Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
37	0,00	0,00	–	171	0,00	0,00	–	305	0,00	0,00	–
38	0,00	0,00	–	172	69,00	29,25	–	306	0,00	0,00	–
39	0,00	0,00	–	173	41,40	17,55	–	307	0,00	0,00	–
40	0,00	0,00	–	174	0,00	0,00	–	308	41,40	17,55	–
41	0,00	0,00	–	175	0,00	0,00	–	309	0,00	0,00	–
42	69,00	29,25	–	176	0,00	0,00	–	310	0,00	0,00	–
43	0,00	0,00	–	177	0,00	0,00	–	311	0,00	0,00	–
44	0,00	0,00	–	178	41,40	17,55	–	312	0,00	0,00	–
45	0,00	0,00	–	179	0,00	0,00	–	313	0,00	0,00	–
46	0,00	0,00	–	180	0,00	0,00	–	314	0,00	0,00	–
47	41,40	17,55	–	181	0,00	0,00	–	315	0,00	0,00	–
48	0,00	0,00	–	182	0,00	0,00	–	316	27,60	11,70	–
49	0,00	0,00	–	183	0,00	0,00	–	317	0,00	0,00	–
50	69,00	29,25	–	184	41,40	17,55	–	318	0,00	0,00	–
51	0,00	0,00	–	185	0,00	0,00	–	319	0,00	0,00	–
52	0,00	0,00	–	186	0,00	0,00	–	320	13,80	5,85	–
53	0,00	0,00	–	187	0,00	0,00	–	321	0,00	0,00	–
54	0,00	0,00	–	188	0,00	0,00	–	322	27,60	11,70	–
55	69,00	29,25	–	189	0,00	0,00	–	323	0,00	0,00	–
56	41,40	17,55	–	190	0,00	0,00	–	324	0,00	0,00	–
57	0,00	0,00	–	191	0,00	0,00	–	325	0,00	0,00	–
58	103,50	43,88	–	192	0,00	0,00	–	326	0,00	0,00	–
59	0,00	0,00	–	193	0,00	0,00	–	327	0,00	0,00	–
60	0,00	0,00	–	194	9,20	3,90	–	328	0,00	0,00	–
61	0,00	0,00	–	195	0,00	0,00	–	329	0,00	0,00	–
62	0,00	0,00	–	196	0,00	0,00	–	330	0,00	0,00	–
63	0,00	0,00	–	197	0,00	0,00	–	331	41,40	17,55	–
64	0,00	0,00	–	198	0,00	0,00	–	332	0,00	0,00	–
65	0,00	0,00	–	199	0,00	0,00	–	333	13,80	5,85	–
66	0,00	0,00	–	200	27,60	11,70	–	334	0,00	0,00	–
67	0,00	0,00	–	201	0,00	0,00	–	335	0,00	0,00	–
68	0,00	0,00	–	202	0,00	0,00	–	336	0,00	0,00	–
69	0,00	0,00	–	203	69,00	29,25	–	337	0,00	0,00	–
70	0,00	0,00	–	204	0,00	0,00	–	338	0,00	0,00	–
71	0,00	0,00	–	205	0,00	0,00	–	339	0,00	0,00	–
72	41,40	17,55	–	206	0,00	0,00	–	340	69,00	29,25	–
73	0,00	0,00	–	207	0,00	0,00	–	341	0,00	0,00	–
74	27,60	11,70	–	208	0,00	0,00	–	342	0,00	0,00	–

Dados de Barra (continuação)											
Barra	$P_D$	$Q_D$	$\bar{S}^0$	Barra	$P_D$	$Q_D$	$\bar{S}^0$	Barra	$P_D$	$Q_D$	$\bar{S}^0$
	kW	kVAr	kVA		kW	kVAr	kVA		kW	kVAr	kVA
75	0,00	0,00	—	209	0,00	0,00	—	343	0,00	0,00	—
76	0,00	0,00	—	210	0,00	0,00	—	344	0,00	0,00	—
77	0,00	0,00	—	211	0,00	0,00	—	345	41,40	17,55	—
78	69,00	29,25	—	212	0,00	0,00	—	346	0,00	0,00	—
79	0,00	0,00	—	213	9,20	3,90	—	347	0,00	0,00	—
80	0,00	0,00	—	214	0,00	0,00	—	348	0,00	0,00	—
81	0,00	0,00	—	215	9,20	3,90	—	349	0,00	0,00	—
82	0,00	0,00	—	216	0,00	0,00	—	350	0,00	0,00	—
83	69,00	29,25	—	217	0,00	0,00	—	351	0,00	0,00	—
84	0,00	0,00	—	218	0,00	0,00	—	352	0,00	0,00	—
85	0,00	0,00	—	219	0,00	0,00	—	353	0,00	0,00	—
86	0,00	0,00	—	220	9,20	3,90	—	354	0,00	0,00	—
87	69,00	29,25	—	221	0,00	0,00	—	355	41,40	17,55	—
88	0,00	0,00	—	222	0,00	0,00	—	356	0,00	0,00	—
89	0,00	0,00	—	223	0,00	0,00	—	357	0,00	0,00	—
90	0,00	0,00	—	224	0,00	0,00	—	358	0,00	0,00	—
91	0,00	0,00	—	225	13,80	5,85	—	359	0,00	0,00	—
92	69,00	29,25	—	226	0,00	0,00	—	360	0,00	0,00	—
93	0,00	0,00	—	227	0,00	0,00	—	361	0,00	0,00	—
94	0,00	0,00	—	228	0,00	0,00	—	362	0,00	0,00	—
95	0,00	0,00	—	229	0,00	0,00	—	363	0,00	0,00	—
96	0,00	0,00	—	230	0,00	0,00	—	364	0,00	0,00	—
97	0,00	0,00	—	231	0,00	0,00	—	365	0,00	0,00	—
98	0,00	0,00	—	232	0,00	0,00	—	366	0,00	0,00	—
99	0,00	0,00	—	233	0,00	0,00	—	367	69,00	29,25	—
100	0,00	0,00	—	234	0,00	0,00	—	368	0,00	0,00	—
101	0,00	0,00	—	235	0,00	0,00	—	369	0,00	0,00	—
102	0,00	0,00	—	236	0,00	0,00	—	370	0,00	0,00	—
103	41,40	17,55	—	237	0,00	0,00	—	371	0,00	0,00	—
104	0,00	0,00	—	238	0,00	0,00	—	372	0,00	0,00	—
105	0,00	0,00	—	239	0,00	0,00	—	373	0,00	0,00	—
106	0,00	0,00	—	240	9,20	3,90	—	374	69,00	29,25	—
107	0,00	0,00	—	241	0,00	0,00	—	375	0,00	0,00	—
108	0,00	0,00	—	242	0,00	0,00	—	376	0,00	0,00	—
109	0,00	0,00	—	243	0,00	0,00	—	377	0,00	0,00	—
110	0,00	0,00	—	244	0,00	0,00	—	378	0,00	0,00	—
111	0,00	0,00	—	245	0,00	0,00	—	379	0,00	0,00	—
112	0,00	0,00	—	246	0,00	0,00	—	380	0,00	0,00	—



**Dados de Barra (continuação)**

Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA	Barra	$P_D$ kW	$Q_D$ kVAr	$\bar{S}^0$ kVA
113	103,50	43,88	–	247	0,00	0,00	–	381	0,00	0,00	–
114	0,00	0,00	–	248	0,00	0,00	–	382	0,00	0,00	–
115	0,00	0,00	–	249	0,00	0,00	–	383	69,00	29,25	–
116	0,00	0,00	–	250	0,00	0,00	–	384	0,00	0,00	–
117	0,00	0,00	–	251	0,00	0,00	–	385	0,00	0,00	–
118	0,00	0,00	–	252	0,00	0,00	–	386	0,00	0,00	–
119	69,00	29,25	–	253	0,00	0,00	–	387	0,00	0,00	–
120	0,00	0,00	–	254	0,00	0,00	–	388	0,00	0,00	–
121	0,00	0,00	–	255	0,00	0,00	–	389	0,00	0,00	–
122	103,50	43,88	–	256	0,00	0,00	–	390	0,00	0,00	–
123	0,00	0,00	–	257	41,40	17,55	–	391	0,00	0,00	–
124	0,00	0,00	–	258	0,00	0,00	–	392	0,00	0,00	–
125	0,00	0,00	–	259	0,00	0,00	–	393	41,40	17,55	–
126	69,00	29,25	–	260	41,40	17,55	–	394	0,00	0,00	–
127	0,00	0,00	–	261	0,00	0,00	–	395	0,00	0,00	–
128	0,00	0,00	–	262	0,00	0,00	–	396	0,00	0,00	–
129	0,00	0,00	–	263	0,00	0,00	–	397	0,00	0,00	–
130	0,00	0,00	–	264	41,40	17,55	–	398	0,00	0,00	–
131	41,40	17,55	–	265	0,00	0,00	–	399	0,00	0,00	–
132	0,00	0,00	–	266	0,00	0,00	–	400	69,00	29,25	–
133	0,00	0,00	–	267	0,00	0,00	–				
134	0,00	0,00	–	268	0,00	0,00	–				

**Dados de Circuito**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
1	2	0,0378	0,0125	201	202	0,0503	0,0108
2	3	0,0305	0,0101	202	203	0,0326	0,0107
3	4	0,0309	0,0102	183	204	0,0326	0,0107
4	5	0,0331	0,0109	204	205	0,0305	0,0101
5	6	0,0378	0,0125	205	206	0,0378	0,0125
6	7	0,0326	0,0107	206	207	0,0378	0,0125
7	8	0,0378	0,0125	207	208	0,0326	0,0107
8	9	0,0422	0,0139	208	209	0,0326	0,0107
9	10	0,0326	0,0107	209	210	0,0422	0,0139
10	11	0,0331	0,0109	210	211	0,0331	0,0109
11	12	0,0305	0,0101	211	212	0,0339	0,0112
12	13	0,0378	0,0125	212	213	0,0331	0,0109
13	14	0,0378	0,0125	213	214	0,0305	0,0101

**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
14	15	0,0378	0,0125	214	215	0,0378	0,0125
6	16	0,0378	0,0125	215	216	0,0326	0,0107
14	17	0,0422	0,0139	216	217	0,0441	0,0146
17	18	0,0368	0,0121	217	218	0,0305	0,0101
18	19	0,0347	0,0114	218	219	0,0331	0,0109
19	20	0,0431	0,0093	219	220	0,0368	0,0121
20	21	0,0516	0,0111	220	221	0,0339	0,0112
21	22	0,0331	0,0109	221	222	0,0284	0,0094
9	23	0,0378	0,0125	222	223	0,0326	0,0107
23	24	0,0339	0,0112	223	224	0,0503	0,0108
9	25	0,0339	0,0112	224	225	0,0516	0,0111
25	26	0,0378	0,0125	223	226	0,0420	0,0139
26	27	0,0420	0,0139	226	227	0,0441	0,0146
27	28	0,0441	0,0146	227	228	0,0339	0,0112
28	29	0,0378	0,0125	228	229	0,0767	0,0101
29	30	0,0378	0,0125	229	230	0,0990	0,0130
30	31	0,0378	0,0125	230	231	0,0891	0,0117
31	32	0,0368	0,0121	231	232	0,1039	0,0137
32	33	0,0347	0,0114	232	233	0,0767	0,0101
33	34	0,0284	0,0094	233	234	0,0866	0,0114
34	35	0,0326	0,0107	234	235	0,0668	0,0088
35	36	0,0326	0,0107	235	236	0,0816	0,0108
36	37	0,0441	0,0146	236	237	0,0559	0,0120
37	38	0,0422	0,0139	237	238	0,0527	0,0113
38	39	0,0378	0,0125	238	239	0,0668	0,0088
39	40	0,0378	0,0125	239	240	0,0671	0,0144
40	41	0,0331	0,0109	239	241	0,0767	0,0101
41	42	0,0305	0,0101	241	242	0,0717	0,0095
28	43	0,0339	0,0112	241	243	0,0891	0,0117
43	44	0,0305	0,0101	243	244	0,0767	0,0101
44	45	0,0309	0,0102	244	245	0,0995	0,0131
45	46	0,0309	0,0102	245	246	0,0799	0,0105
46	47	0,0326	0,0107	246	247	0,0816	0,0108
28	48	0,0331	0,0109	247	248	0,0668	0,0088
48	49	0,0294	0,0097	248	249	0,1039	0,0137
49	50	0,0305	0,0101	249	250	0,0799	0,0105
50	51	0,0378	0,0125	250	251	0,0779	0,0103
51	52	0,0378	0,0125	248	252	0,0767	0,0101
52	53	0,0331	0,0109	252	253	0,0995	0,0131
53	54	0,0339	0,0112	253	254	0,0891	0,0117

**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
54	55	0,0339	0,0112	254	255	0,0717	0,0095
55	56	0,0422	0,0139	255	256	0,0891	0,0117
36	57	0,0378	0,0125	256	257	0,0779	0,0103
57	58	0,0339	0,0112	247	258	0,0891	0,0117
58	59	0,0420	0,0139	258	259	0,0575	0,0124
59	60	0,0441	0,0146	259	260	0,0463	0,0100
60	61	0,0284	0,0094	259	261	0,0575	0,0124
61	62	0,0305	0,0101	261	262	0,0995	0,0131
62	63	0,0331	0,0109	262	263	0,0799	0,0105
63	64	0,0326	0,0107	263	264	0,0767	0,0101
64	65	0,0284	0,0094	263	265	0,0799	0,0105
65	66	0,0378	0,0125	265	266	0,0891	0,0117
66	67	0,0305	0,0101	266	267	0,0866	0,0114
67	68	0,0378	0,0125	267	268	0,0816	0,0108
68	69	0,0284	0,0094	228	269	0,0368	0,0121
69	70	0,0326	0,0107	269	270	0,0339	0,0112
70	71	0,0441	0,0146	270	271	0,0305	0,0101
71	72	0,0420	0,0139	271	272	0,0495	0,0107
65	73	0,0339	0,0112	272	273	0,0671	0,0144
73	74	0,0331	0,0109	273	274	0,0575	0,0124
74	75	0,0309	0,0102	271	275	0,0305	0,0101
75	76	0,0294	0,0097	275	276	0,0378	0,0125
76	77	0,0368	0,0121	276	277	0,0331	0,0109
77	78	0,0347	0,0114	277	278	0,0305	0,0101
78	79	0,0305	0,0101	278	279	0,0378	0,0125
79	80	0,0347	0,0114	279	280	0,0420	0,0139
80	81	0,0422	0,0139	280	281	0,0378	0,0125
81	82	0,0326	0,0107	281	282	0,0378	0,0125
82	83	0,0284	0,0094	282	283	0,0339	0,0112
83	84	0,0326	0,0107	283	284	0,0378	0,0125
84	85	0,0441	0,0146	284	285	0,0378	0,0125
85	86	0,0420	0,0139	285	286	0,0495	0,0107
86	87	0,0378	0,0125	285	287	0,0326	0,0107
87	88	0,0378	0,0125	287	288	0,0378	0,0125
88	89	0,0284	0,0094	288	289	0,0422	0,0139
89	90	0,0309	0,0102	289	290	0,0284	0,0094
90	91	0,0294	0,0097	290	291	0,0309	0,0102
91	92	0,0368	0,0121	291	292	0,0431	0,0093
60	93	0,0326	0,0107	291	293	0,0331	0,0109
93	94	0,0339	0,0112	293	294	0,0559	0,0120

**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
94	95	0,0331	0,0109	294	295	0,0447	0,0096
95	96	0,0326	0,0107	295	296	0,0495	0,0107
96	97	0,0284	0,0094	296	297	0,0431	0,0093
97	98	0,0368	0,0121	293	298	0,0305	0,0101
98	99	0,0368	0,0121	298	299	0,0331	0,0109
99	100	0,0441	0,0146	299	300	0,0420	0,0139
100	101	0,0294	0,0097	300	301	0,0441	0,0146
101	102	0,0309	0,0102	301	302	0,0575	0,0124
102	103	0,0284	0,0094	302	303	0,0503	0,0108
97	104	0,0326	0,0107	303	304	0,0463	0,0100
104	105	0,0378	0,0125	301	305	0,0368	0,0121
105	106	0,0331	0,0109	305	306	0,0339	0,0112
106	107	0,0331	0,0109	306	307	0,0347	0,0114
107	108	0,0378	0,0125	307	308	0,0495	0,0107
108	109	0,0339	0,0112	307	309	0,0378	0,0125
109	110	0,0331	0,0109	309	310	0,0420	0,0139
110	111	0,0305	0,0101	310	311	0,0463	0,0100
111	112	0,0378	0,0125	311	312	0,0575	0,0124
112	113	0,0378	0,0125	312	313	0,0642	0,0138
113	114	0,0284	0,0094	313	314	0,0495	0,0107
114	115	0,0420	0,0139	314	315	0,0431	0,0093
115	116	0,0441	0,0146	315	316	0,0503	0,0108
116	117	0,0326	0,0107	315	317	0,0470	0,0101
117	118	0,0284	0,0094	317	318	0,0495	0,0107
118	119	0,0347	0,0114	318	319	0,0642	0,0138
107	120	0,0378	0,0125	319	320	0,0431	0,0093
120	121	0,0368	0,0121	310	321	0,0339	0,0112
121	122	0,0347	0,0114	321	322	0,0516	0,0111
107	123	0,0305	0,0101	321	323	0,0331	0,0109
123	124	0,0305	0,0101	323	324	0,0378	0,0125
124	125	0,0331	0,0109	324	325	0,0378	0,0125
125	126	0,0339	0,0112	325	326	0,0326	0,0107
126	127	0,0347	0,0114	326	327	0,0527	0,0113
127	128	0,0368	0,0121	327	328	0,0495	0,0107
128	129	0,0284	0,0094	328	329	0,0639	0,0137
129	130	0,0326	0,0107	329	330	0,0671	0,0144
130	131	0,0378	0,0125	330	331	0,0575	0,0124
130	132	0,0441	0,0146	330	332	0,0463	0,0100
132	133	0,0326	0,0107	332	333	0,0516	0,0111
133	134	0,0441	0,0146	326	334	0,0331	0,0109

## Dados de Circuito (continuação)

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
134	135	0,0420	0,0139	334	335	0,0284	0,0094
135	136	0,0378	0,0125	335	336	0,0527	0,0113
136	137	0,0420	0,0139	336	337	0,0559	0,0120
137	138	0,0378	0,0125	337	338	0,0516	0,0111
138	139	0,0347	0,0114	338	339	0,0503	0,0108
139	140	0,0368	0,0121	339	340	0,0463	0,0100
140	141	0,0331	0,0109	335	341	0,0339	0,0112
141	142	0,0422	0,0139	341	342	0,0378	0,0125
142	143	0,0305	0,0101	342	343	0,0378	0,0125
143	144	0,0378	0,0125	343	344	0,0671	0,0144
144	145	0,0441	0,0146	344	345	0,0639	0,0137
145	146	0,0339	0,0112	343	346	0,0326	0,0107
146	147	0,0420	0,0139	346	347	0,0378	0,0125
147	148	0,0305	0,0101	347	348	0,0378	0,0125
148	149	0,0305	0,0101	348	349	0,0305	0,0101
149	150	0,0642	0,0138	349	350	0,0331	0,0109
150	151	0,0463	0,0100	350	351	0,0339	0,0112
151	152	0,0503	0,0108	351	352	0,0331	0,0109
148	153	0,0284	0,0094	352	353	0,0378	0,0125
153	154	0,0368	0,0121	353	354	0,0378	0,0125
154	155	0,0347	0,0114	354	355	0,0642	0,0138
155	156	0,0441	0,0146	354	356	0,0305	0,0101
156	157	0,0495	0,0107	356	357	0,0422	0,0139
157	158	0,0575	0,0124	356	358	0,0422	0,0139
158	159	0,0575	0,0124	358	359	0,0326	0,0107
139	160	0,0294	0,0097	358	360	0,0326	0,0107
160	161	0,0284	0,0094	360	361	0,0339	0,0112
161	162	0,0441	0,0146	361	362	0,0463	0,0100
162	163	0,0326	0,0107	362	363	0,0671	0,0144
163	164	0,0420	0,0139	363	364	0,0575	0,0124
164	165	0,0378	0,0125	364	365	0,0639	0,0137
165	166	0,0331	0,0109	365	366	0,0431	0,0093
166	167	0,0378	0,0125	366	367	0,0527	0,0113
167	168	0,0422	0,0139	350	368	0,0717	0,0095
168	169	0,0378	0,0125	368	369	0,0693	0,0091
169	170	0,0441	0,0146	369	370	0,0891	0,0117
170	171	0,0305	0,0101	370	371	0,0891	0,0117
171	172	0,0642	0,0138	371	372	0,0799	0,0105
171	173	0,0516	0,0111	372	373	0,0779	0,0103
169	174	0,0378	0,0125	373	374	0,0575	0,0124

**Dados de Circuito (continuação)**

Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$	Barra De	Barra Para	Resistência $\Omega$	Reatância $\Omega$
174	175	0,0331	0,0109	369	375	0,0668	0,0088
175	176	0,0294	0,0097	375	376	0,0816	0,0108
176	177	0,0326	0,0107	376	377	0,0866	0,0114
177	178	0,0284	0,0094	377	378	0,0799	0,0105
166	179	0,0305	0,0101	378	379	0,0779	0,0103
179	180	0,0378	0,0125	379	380	0,0717	0,0095
180	181	0,0331	0,0109	380	381	0,0799	0,0105
181	182	0,0305	0,0101	381	382	0,0891	0,0117
182	183	0,0339	0,0112	382	383	0,0891	0,0117
183	184	0,0294	0,0097	380	384	0,0503	0,0108
183	185	0,0347	0,0114	384	385	0,0516	0,0111
185	186	0,0378	0,0125	385	386	0,0503	0,0108
186	187	0,0339	0,0112	386	387	0,0463	0,0100
187	188	0,0378	0,0125	387	388	0,0575	0,0124
188	189	0,0294	0,0097	388	389	0,0575	0,0124
189	190	0,0284	0,0094	389	390	0,0639	0,0137
190	191	0,0422	0,0139	390	391	0,0671	0,0144
191	192	0,0378	0,0125	391	392	0,0642	0,0138
192	193	0,0331	0,0109	392	393	0,0575	0,0124
193	194	0,0331	0,0109	391	394	0,0503	0,0108
194	195	0,0284	0,0094	394	395	0,0463	0,0100
195	196	0,0326	0,0107	395	396	0,0575	0,0124
196	197	0,0642	0,0138	396	397	0,0575	0,0124
197	198	0,0431	0,0093	397	398	0,0516	0,0111
198	199	0,0559	0,0120	398	399	0,0503	0,0108
199	200	0,0516	0,0111	399	400	0,0559	0,0120
198	201	0,0516	0,0111				



# Apêndice B

## Pesquisas Correlatas

Neste apêndice são apresentadas as pesquisas correlatas que foram desenvolvidas durante o trabalho de doutorado e do doutorado sanduíche no exterior. Os tópicos apresentados são:

a) Uma formulação para o problema de estimação de estados utilizando equações de injeção de corrente, esta formulação tem como objetivo incluir um conjunto de medidas de magnitude da corrente de linha na formulação do problema de estimação de estados. O modelo se mostrou confiável e apresentou um bom desempenho computacional;

b) Uma nova formulação para resolver o problema de fluxo de potência ótimo reativo (FPOR) utilizando equações de injeção de corrente, com características esparsas que diminuem o esforço computacional especialmente quando é usado um método de pontos interiores (MPI);

c) Uma comparação entre cinco diferentes programas de otimização de programação não linear para resolver o problema de FPOR utilizando equações de potência, avaliando o tempo computacional total, tempo computacional de avaliação das funções, número de iterações e casos de não convergência;

d) Uma comparação do esforço computacional entre a formulação do FPOR utilizando equações de injeção de corrente e a formulação do FPOR utilizando equações de potência, mostrando que não existe um ganho computacional considerável de uma formulação em relação a outra; e

e) Um algoritmo de MPI com técnicas de região de garantia para resolver a formulação do FPOR utilizando equações de potência, mostrando ser um algoritmo rápido e capaz de assegurar uma convergência global do problema.



## B.1 Estimação de Estados de Sistemas de Potência Baseado em Equações de Corrente

A estimação de estados é um processo que desempenha um papel fundamental no gerenciamento em tempo real de um sistema de energia elétrica. O objetivo do estimador de estados é obter, através de um conjunto de medidas redundantes, o estado mais provável das variáveis, que normalmente são dadas pelo ângulo e pela magnitude de tensão e também pelos taps dos transformadores (Schweppe e Wildes, 1970). A maioria dos métodos existentes trabalha com medidas de fluxo de potência ativa e reativa nas linhas, injeção de potência ativa e reativa e magnitudes de tensão nas barras. A topologia das redes elétricas é obtida em tempo-real pelo configurador que utiliza dados de tempo-real (estado das chaves e disjuntores) e dados *off-line* que fazem parte do banco de dados estático. Nas abordagens mais comuns, o problema de estimação de estados é formulado através do método dos mínimos quadrados ponderados onde as variáveis de estado do problema são representadas em coordenadas polares pelas magnitudes de tensão e os ângulos de tensão nas barras.

Os modernos sistemas de medição são compostos de unidades remotas que medem os valores de MW e MVar em todas as fases, magnitude de tensão assim como também valores de magnitude de corrente nos ramos (denotado daqui pra frente somente como medidas de corrente). Na literatura existem poucas propostas para resolver o problema de estimação de estado considerando as medidas de corrente.

Um novo método é proposto para representar as variáveis de estado usando as equações de corrente e usando coordenadas retangulares. Esta formulação utiliza as vantagens da matriz aumentada de Hachtel (Gjelsvik et al., 1985) e do método de Newton para resolver problemas de PNL, devido ao fato das equações de corrente apresentarem uma matriz Jacobiana e Hessiana altamente esparsa.

### B.1.1 Introdução

A estimação de estado por mínimos quadrados ponderados pode ser formulada matematicamente como um problema de otimização com uma função objetivo quadrática e restrições de igualdade e desigualdade (Monticelli, 2000). O modelo de medições não lineares é:

$$z_i = h_i(x) + w_i \quad (\text{B.1})$$

e a função objetivo para ser minimizado é:

$$J(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \frac{r_i^2}{\sigma_i^2} \quad (\text{B.2})$$

em que  $r_i = z_i - h_i(x)$ . Ou

$$\min J(x) = [z - h(x)]'W[z - h(x)] \quad (\text{B.3})$$

em que  $x$  é o vetor de variáveis de estado;  $h(x)$  é o vetor de equações não lineares correspondente às medidas;  $W$  é uma matriz diagonal cujos elementos são o inverso das variâncias das medidas ( $\sigma_i^2$ ) e  $z$  é o vetor de medidas. O estado estimado ( $\hat{x}$ ) é a solução do problema (B.3). O vetor de resíduos (ou residual) é dado por (B.4).

$$r = z - h(\hat{x}) \quad (\text{B.4})$$

Uma das melhores formulações apresentadas para resolver o problema (B.3) é o modelo da matriz aumentada de Hachtel, proposto em (Gjelsvik et al., 1985). Nesse método, as restrições de igualdade (medidas de injeção de potência em barras de passagem) são facilmente introduzidas na formulação. A solução desse problema é bem conhecida e utiliza a função Lagrangeana resultando em um conjunto de sistemas não lineares que é resolvido pelo método de Gauss Newton.

### B.1.2 Fluxo de Carga Usando Equações de Corrente

O modelo de injeção de corrente apresentado em (da Costa et al., 1999) e (da Costa et al., 2007) provou ser eficiente para resolver o problema de fluxo da carga. Este modelo usa as partes reais e imaginárias da injeção de corrente das barras em coordenadas retangulares, denotado por  $\Delta I r_k$  e  $\Delta I i_k$ , respectivamente, e dado por:

$$\Delta I r_k = \sum_{m=1}^{nb} (G_{km} e_m - B_{km} f_m) - \frac{P_k^{SP} e_k + Q_k^{SP} f_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta I i_k = \sum_{m=1}^{nb} (G_{km} f_m + B_{km} e_m) - \frac{P_k^{SP} f_k - Q_k^{SP} e_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \quad (\text{B.6})$$

em que  $Y_{km} = G_{km} + j B_{km}$  são os elementos  $km$  da matriz admitância nodal;  $P_k^{SP} = P_k^G - P_k^L$  e  $Q_k^{SP} = Q_k^G - Q_k^L$  são as potências especificadas ativa e reativa, respectivamente, na barra  $k$ ;  $P_k^G$  e  $Q_k^G$  são a geração de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra  $k$ ;  $P_k^L$  e  $Q_k^L$  são as demandas ativas e reativas, respectivamente, na barra  $k$ ; e  $e_k$  e  $f_k$  são as parte real e imaginária, respectivamente, da tensão na barra  $k$ . O sistema de equações não lineares dado por (B.5) e (B.6) é solucionado pelo método Newton-Raphson e em cada iteração soluciona um sistema de equações lineares dado por (B.7).

$$\begin{pmatrix} B_1 & G_1 \\ G_2 & -B_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta e \\ \Delta f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta I_i \\ \Delta I_r \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

em que  $\Delta I_i$  e  $\Delta I_r$  são os vetores de erros de corrente real e imaginária dado por (B.5) e (B.6); e  $\Delta e$  e  $\Delta f$  são os vetores de correções das partes real e imaginária de tensões nas barras. As submatrizes  $B_1$ ,  $G_1$ ,  $-B_2$  e  $G_2$  para uma posição  $km$  são dadas por:

$$B_1 = \begin{pmatrix} B_{kk} - a_k & B_{km} \\ B_{mk} & B_{mm} - a_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.8})$$

$$G_1 = \begin{pmatrix} G_{kk} - b_k & G_{km} \\ G_{mk} & G_{mm} - b_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.9})$$

$$B_2 = \begin{pmatrix} -B_{kk} - a_k & -B_{km} \\ -B_{mk} & -B_{mm} - a_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.10})$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} G_{kk} + b_k & G_{km} \\ G_{mk} & G_{mm} + b_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.11})$$

em que  $a_m$  e  $b_m$  são dados pelas Eqs. (B.12) e (B.13).

$$a_k = \frac{-2e_k f_k (P_k^{SP}) + (Q_k^{SP})(e_k^2 - f_k^2)}{(e_k^2 + f_k^2)^2} \quad (\text{B.12})$$

$$b_k = \frac{2e_k f_k (Q_k^{SP}) + (P_k^{SP})(e_k^2 - f_k^2)}{(e_k^2 + f_k^2)^2} \quad (\text{B.13})$$

Os elementos fora da diagonal das submatrizes da Eq. (B.7) são iguais aos elementos da matriz admitância e são constantes durante o processo iterativo (observe que isto conduz a uma matriz Hessiana altamente esparsa). Também podemos observar que os elementos diagonais da matriz Jacobiana são facilmente atualizadas. O método é computacionalmente eficiente e o número de iterações necessários para resolver o problema de fluxo de carga é pequeno quando comparado com os métodos convencionais usando coordenadas polares. (da Costa et al., 1999) e (da Costa et al., 2007).

### B.1.3 Estimação de Estado Usando Equações de Corrente

A inclusão de um conjunto de medidas de magnitude de corrente nos ramos na formulação de estimação de estados é apresentada nesta seção. A formulação proposta utiliza as vantagens apresentadas pelo método da matriz aumentada de Hachtel e pelo método de Newton para solucionar o problema de PNL devido ao fato das equações de corrente apresentarem matrizes Jacobiana e Hessiana altamente esparsas.

### Magnitude da Tensão na Barra

O valor da magnitude de tensão na barra é medida, e a equação correspondente, em coordenadas retangulares, no modelo proposto é dada por:

$$e_k^2 + f_k^2 = (V_k^{me} - r_{v_k})^2 \quad (\text{B.14})$$

em que  $V_k^{me}$  é a medida da magnitude da tensão na barra  $k$  e  $r_{v_k}$  é o resíduo da medida de tensão na barra  $k$ .

### Corrente no Ramo Complexo

O fluxo de potência complexo para um ramo  $km$  é dado por:

$$\vec{S}_{km} = P_{km} + j Q_{km} = \vec{E}_k \vec{I}_{km}^* \quad (\text{B.15})$$

em que  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  são os fluxos de potência ativa e reativa no ramo  $km$ ,  $\vec{E}_k$  é a tensão complexa na barra  $k$ ,  $\vec{I}_{km}$  é a corrente no ramo  $km$  e  $*$  é o representa o conjugado do número complexo. Da Eq. (B.15), podemos encontrar uma equação em coordenadas retangulares para a corrente no ramo  $km$  na qual os valores das medidas  $P_{km}^{me}$  e  $Q_{km}^{me}$  são incluídas:

$$\begin{aligned} & g_{km} t_{km} (t_{km} e_k - e_m) - b_{km} t_{km} (t_{km} f_k - f_m) \\ & - b_{km}^{sh} f_k - \frac{(P_{km}^{me} - r_{P_{km}}) e_k + (Q_{km}^{me} - r_{Q_{km}}) f_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} & g_{km} t_{km} (t_{km} f_k - f_m) + b_{km} t_{km} (t_{km} e_k - e_m) \\ & + b_{km}^{sh} e_k - \frac{(P_{km}^{me} - r_{P_{km}}) f_k - (Q_{km}^{me} - r_{Q_{km}}) e_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

em que  $P_{km}^{me}$  e  $Q_{km}^{me}$  são as medidas de fluxo de potência ativa e reativa no ramo  $km$ ,  $t_{km}$  é o tap do transformador no ramo  $km$ ,  $r_{P_{km}}$  e  $r_{Q_{km}}$  são valores residuais das medidas de potência ativa e reativa no ramo  $km$ , respectivamente, e  $y_{km} = g_{km} + j b_{km}$  é a admitância no ramo  $km$ .

### Magnitude de Corrente nos Ramos

O valor medido da corrente é sua magnitude (valor do rms) e a equação em coordenadas retangulares no modelo proposto é:

$$\begin{aligned} & (g_{km}t_{km}(t_{km}e_k - e_m) - b_{km}t_{km}(t_{km}f_k - f_m) - b_{km}^{sh}f_k)^2 + \\ & (g_{km}t_{km}(t_{km}f_k - f_m) + b_{km}t_{km}(t_{km}e_k - e_m) + b_{km}^{sh}e_k)^2 - \\ & (I_{km}^{me} - r_{I_{km}})^2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

em que  $I_{km}^{me}$  é a medida da corrente no ramo  $km$  e  $r_{I_{km}}$  é o resíduo da medida de corrente no ramo  $km$ .

### Injeção de Corrente Nodal

As medidas de injeção de potência ativa e reativa são incluídas no modelo proposto como:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{nb} (G_{km}e_m - B_{km}f_m) - \frac{(P_k^{me} - r_{P_k})e_k + (Q_k^{me} - r_{Q_k})f_k}{e_k^2 + f_k^2} &= 0 \\ \sum_{m=1}^{nb} (G_{km}f_m + B_{km}e_m) - \frac{(P_k^{me} - r_{P_k})f_k - (Q_k^{me} - r_{Q_k})e_k}{e_k^2 + f_k^2} &= 0 \end{aligned}$$

em que  $P_k^{me}$  e  $Q_k^{me}$  são as medias de injeção de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra  $k$ ; e  $r_{P_k}$  e  $r_{Q_k}$  são os resíduos das medidas de injeção de potência ativa e reativa na barra  $k$ , respectivamente.

### B.1.4 Método Proposto

O problema de estimação de estado é modelado como um problema de programação não linear com restrições não lineares como mostrado na Eq. (B.19).

$$\begin{aligned} \min \quad & f = \frac{1}{2} r' W r \\ \text{s.t.} \quad & g(y) = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

em que,  $r$  é o vetor de resíduos das medidas;  $y$  é o vetor formado por  $r$  e as variáveis de estado;  $f$  é a função objetivo;  $g(y)$  representa as restrições de igualdade e os resíduos Eq.(B.4). O conjunto

de medidas é formado por: *i*) magnitude de corrente nos ramos, *ii*) fluxo de potência ativa e reativa nos ramos, *iii*) injeção de potência ativa e reativa nodal, e *iv*) magnitudes de tensão nodal. A função Lagrangeana do problema (B.19) é dada por:

$$\mathcal{L}(y, \lambda) = \frac{1}{2} r' W r - \lambda' g(y) \quad (\text{B.20})$$

em que,  $\lambda$  é o vetor dos multiplicadores de Lagrange. Um mínimo local do problema (B.19), pode ser expresso em termos da função Lagrangean e deve satisfazer as condições necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT):

$$\begin{aligned} \nabla f - H'_g(y) \lambda &= 0 \\ -g(y) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

em que  $H_g(y)$  é a matriz Jacobiana de  $g(y)$  e,  $\nabla f$  é o gradiente de  $f$  dado por:

$$\nabla f = \begin{pmatrix} W r \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.22})$$

O sistema de equações não lineares dado pela Eq. (B.21) pode ser solucionado usando o método de Newton, resolvendo um sistema de equações lineares em cada iteração  $k$  dado por (B.23).

$$A(y, \lambda) \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N(y, \lambda) & H'_g(y) \\ H_g(y) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nabla f - H'_g(y) \lambda \\ -g(y) \end{pmatrix} \quad (\text{B.23})$$

em que  $N(y, \lambda)$  é a matriz Hessiana da função lagrangeana dado por (B.24).

$$N(y, \lambda) = - \begin{pmatrix} W & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^M \lambda_i N_{g_i}(y) \quad (\text{B.24})$$

$N_{g_i}(y)$  é a matriz Hessiana da  $i$ -th restrição de igualdade e  $\Delta y^k$  e  $\Delta \lambda^k$  são as direções do método de Newton na iteração  $k$ , respectivamente. Depois de resolver a Eq. (B.23), para cada iteração  $k$ , uma estimativa das variáveis  $y$  e  $\lambda$  são obtidas por:

$$y^{k+1} = y^k + \Delta y^k \quad \lambda^{k+1} = \lambda^k + \Delta \lambda^k \quad (\text{B.25})$$

Três critérios de convergência para o método de Newton foram usados:

$$\text{c1:} \quad \|g(y^k)\|_{\infty} \leq \epsilon_f \quad (\text{B.26})$$

$$c2: \frac{\|\nabla f^k - \lambda^{k'} H_g(y^k)\|_\infty}{1 + \|y\|_2} \leq \epsilon_f \quad (B.27)$$

$$c3: \frac{|f^k - f^{k-1}|}{1 + |f^k|} \leq \epsilon_f \quad (B.28)$$

### B.1.5 Testes e Resultados

Para os testes foram usados os sistemas teste IEEE de 14, 30 e 300 barras. A inicialização das variáveis no método de Newton foram:  $e_k = 1$  e  $f_k = 0$  para todas as barras,  $r_j = 0$ , e  $\lambda_j = -1.0$  e a tolerância de parada usada foi  $\epsilon_f = 10^{-4}$  para os três critérios de convergência. O desvio das medidas usadas para construir a matriz  $W$  foram:  $\sigma_V = 0,011$  pu para as magnitudes das tensões e  $\sigma = 0,033$  pu para todas as outras medidas.

### B.1.6 Sistema IEEE 14 barras

O sistema é mostrado na Figura B.1. Dois testes foram realizados usando dois diferentes conjuntos de medidas.

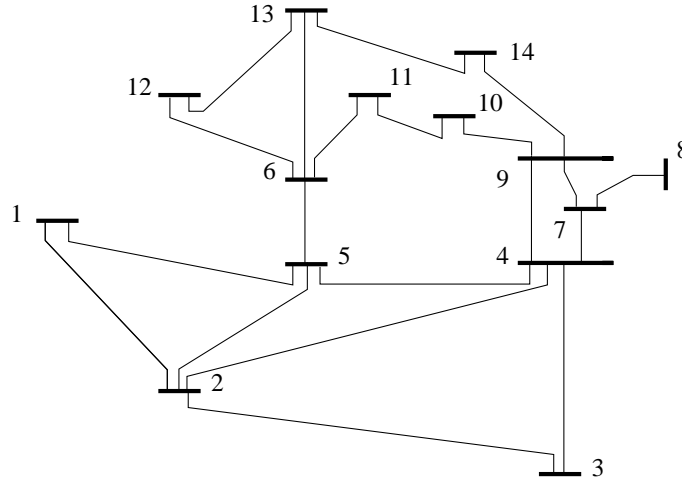


Figura B.1: Sistema IEEE 14 barras.

#### Test 1

Neste teste, o conjunto de medidas é composto pelas medidas das magnitudes das tensões em todas as barras, exceto na barra 8; injeções de potência ativa e reativa nas barras 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 12 e 14; e o fluxo de potência ativa e reativa nos ramos 1-2, 1-5, 2-3, 4-7, 4-9, 6-13, 7-8, e 7-9. A barra 7 é uma barra de passagem e a injeção de potência ativa e reativa é igual a zero. Todos os valores

das medidas foram geradas por um programa de fluxo de potência e dados errados foram inseridos na medida  $Q_3$ . Neste caso, medidas de fluxo de corrente não foram considerados. Os resíduos obtidos são mostrados nas duas primeiras colunas da Tabela B.1. Note que todos os resíduos são devidos ao erro inserido na medida  $Q_3$  e que para a barra 7 o resíduo é igual a zero.

Tabela B.1: Valores residuais absolutos - Sistemas IEEE 14 barras.

Test 1		Test 2	
Medições	Resíduos	Medições	Resíduos
$V_2$	0,00108	$V_2$	0,00054
$V_3$	0,02161	$V_3$	0,01682
$V_4$	0,00867	$V_4$	0,00538
$P_{23}$	0,02781	$P_{23}$	0,02105
$Q_{23}$	0,10168	$Q_{23}$	0,08585
$P_2$	0,00247	$P_2$	0,00246
$P_3$	0,01380	$P_3$	0,00979
$Q_2$	0,00355	$Q_2$	0,01753
$Q_3$	0,06597	$Q_3$	0,13065
$P_7$	0,00000	$P_7$	0,00000
$Q_7$	0,00000	$Q_7$	0,00000
		$I_{23}$	0,03073
		$I_{34}$	0,12739

## Test 2

No segundo teste, cujos resultados são mostrados nas duas últimas colunas da Tabela B.1, foram usados o conjunto de medidas do *Teste 1* mais duas medidas de fluxo de corrente nos ramos 2-3 e 3-4. Podemos notar que o valor absoluto do resíduo da medida  $Q_3$  foi aumentado de 0,06597 para 0,13065 e que todos os outros resíduos diminuirão (também em valores absolutos), o que mostra que a redundância local aumentou quando foram consideradas as medidas das correntes nos ramos. O processo iterativo do *Teste 1* é detalhado na Tabela B.2 e o processo iterativo do *Teste 2* na Tabela B.3.

### B.1.7 Sistema IEEE 30 barras

Neste sistema teste, o conjunto de medidas está composto da magnitude de tensão em todas as barras, a injeção de potência ativa e reativa em todas as barras, o fluxo de corrente nos ramos e o fluxo de potência ativa e reativa nos ramos. A estrutura da matriz  $A(y, \lambda) - Eq.(B.23)$  do método de Newton é mostrada na Figura B.2. O processo iterativo é mostrado na Tabela B.5.



Tabela B.2: Processo iterativo - Sistemas IEEE 14 barras - Test 1.

Iterações	c1 - Eq. (B.26)	c2 - Eq.(B.27)	c3 - Eq. (B.28)
0	1,1921e+001	4,2173e+000	0,0000e+000
1	1,0557e+001	6,0483e+001	9,9950e-001
2	5,7013e-001	9,1399e+000	3,7603e+000
3	1,2004e-001	3,9877e+000	3,5523e+001
4	3,1387e-003	7,7060e+000	1,0506e+001
5	6,9726e-006	1,2520e-002	2,7851e-003
6	9,0226e-008	4,6234e-007	5,5936e-008

Tabela B.3: Processo iterativo - Sistemas IEEE 14 barras - Test 2.

Iterações	c1	c2	c3
0	4,9041e+000	3,7214e+000	0,0000e+000
1	6,6170e-001	5,3789e-001	9,7968e-001
2	6,9774e-002	5,1686e-001	2,7992e+000
3	8,5601e-004	2,8387e-003	1,1833e-001
4	1,0993e-007	4,6830e-007	7,6624e-004
5	6,0472e-015	1,1344e-014	9,8907e-008

Tabela B.4: Processo iterativo - Sistema IEEE 30 barras.

Iterações	c1	c2	c2
0	1,7429e+000	2,6052e-001	0,0000e+000
1	8,5961e-001	8,7698e+000	9,9869e-001
2	1,8595e-001	2,8104e+000	3,0559e+000
3	2,6717e-002	7,2240e+000	6,2037e+001
4	1,6731e-003	2,2786e+000	1,9659e+000
5	2,5004e-006	3,0307e-003	4,4596e-003
6	2,0222e-012	3,2237e-009	9,5506e-008

### B.1.8 Sistema IEEE 300 barras

A Tabela B.5 mostra o processo iterativo do teste para este sistema. A estrutura da matriz  $A(y, \lambda)$  para este teste é mostrado na Figura B.3. Note que para os três sistemas testes as características de convergência do algoritmo são os mesmos.

No método proposto as medidas de magnitude de corrente nas linhas são consideradas de forma simples e direta, aumentando assim a redundância global do sistema, com isso acredita-se que o

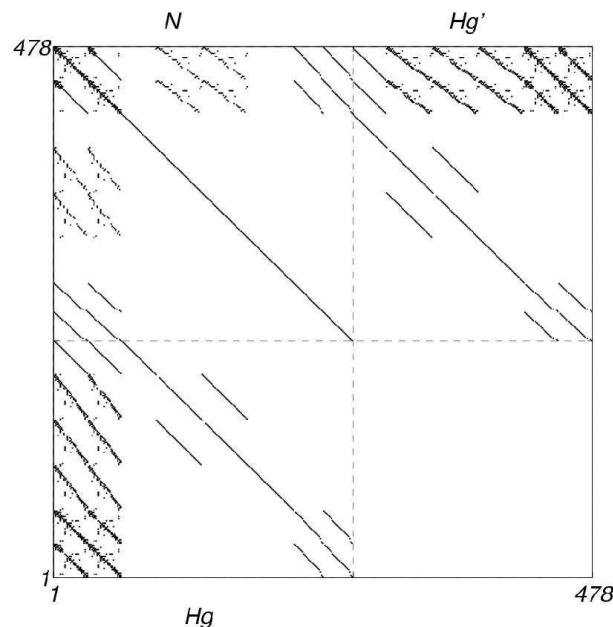


Figura B.2: Estrutura da matriz  $A(y, \lambda)$  do método de Newton - Eq. (B.23) para o sistema IEEE 30 barras.

Tabela B.5: Processo iterativo - Sistemas IEEE 300 barras.

Iterações	c1	c2	c3
0	9,0897e+000	9,5162e+001	0,0000e+000
1	5,1794e-002	1,8583e+000	8,8664e-001
2	6,2089e-001	4,8661e-001	1,5023e+000
3	3,5557e-001	8,4000e-001	2,2518e+000
4	9,5953e-002	5,4087e-001	4,9635e-002
5	5,7436e-003	3,7009e-002	4,4574e-003
6	7,0370e-006	6,6503e-005	4,0943e-006

processamento de erros grosseiros poderá ser aperfeiçoado. Também foram consideradas na implementação do algoritmo as barras de passagem (barras com injeção de potências ativa e reativa iguais a zero). O método pode ser aplicado tanto para sistemas de transmissão, quanto para sistemas de distribuição que hoje em dia, com a geração distribuída, apresenta características de operação similares aos dos sistemas de transmissão. Testes foram feitos utilizando sistemas testes conhecidos na literatura (IEEE 14, 30 e 300) os resultados obtidos confirmam a eficiência do método mostrando que este é confiável e que o número de iterações dado ao final do processo iterativo para cada sistema teste é praticamente o mesmo independente do tamanho do sistema.

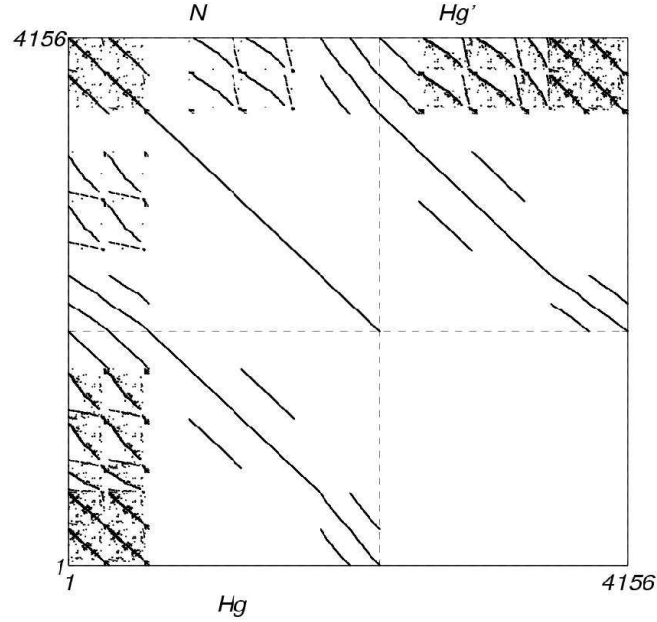


Figura B.3: Estrutura da matriz  $A(y, \lambda)$  do método de Newton - Eq. (B.23) para o sistema IEEE 300 barras.

## B.2 Método de Pontos Interiores

Nesta seção é apresentada uma descrição dos passos mais importantes do MPI de forma a mostrar as principais matrizes que são necessárias montar no processo iterativo.

### B.2.1 O Problema Original

Um problema de PNL pode ser representado pela Eqs. (B.29):

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{B.29}$$

Onde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_x}$  representa as variáveis de decisão,  $f(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}$  é a função objetivo do problema,  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_g}$  são as restrições de igualdade e  $\mathbf{h}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$  são as restrições de desigualdade do problema. Caso existam variáveis canalizadas estas são transformadas em restrições de desigualdade.

O primeiro passo na derivação do MPI é transformar todas as restrições de desigualdade de (B.29) em restrições de igualdade adicionando as variáveis de folga não negativas  $\mathbf{s}$ .

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(\mathbf{x}) \\
\text{s.a.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\
& \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = \mathbf{0} \\
& \mathbf{s} \geq \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{B.30}$$

A adição das variáveis de folga modifica a dimensão do problema de otimização incrementando o número de variáveis. Entretanto, o problema original é transformado num problema de otimização restrito exclusivamente a restrições de igualdade. Com esta metodologia, a utilização de funções de penalidade e a determinação do conjunto de restrições de desigualdade ativas na solução deixam de ser necessárias. As condições de não negatividade ( $\mathbf{s} \geq \mathbf{0}$ ) da expressão (B.30) podem ser incorporadas na função objetivo original como termos de barreira logarítmica como é apresentado na expressão (B.31).

$$\begin{aligned}
\min \quad & f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^{nh} \ln s_i \\
\text{s.a.} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\
& \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = \mathbf{0}
\end{aligned} \tag{B.31}$$

Onde  $\mu^k$  é o parâmetro de barreira que decresce de forma monotônica até zero no processo iterativo ( $\mu^k > 0$ ). A seqüência de parâmetros  $\{\mu^k\}_{k=0}^{\infty}$  gera uma seqüência de sub-problemas dados por (B.31) baseados no teorema dado por (Fiacco e McCormick, 1968), se  $\mu^k \downarrow 0$  a seqüência  $\{x(\mu^k)\}_{k=0}^{\infty}$  de soluções de (B.31) tende a  $x^*$ , um mínimo local de (B.29). A seqüência de sub-problemas dado pela Eq.(B.31) descreve uma trajetória, nos espaços primal e dual, conhecida como Trajetória Central ou Rota Central. A função Lagrangeana do problema de programação não linear com restrições de igualdade (B.31) é:

$$L(x, s, \lambda, \pi, \mu) = f(\mathbf{x}) - \mu \sum_{i=1}^{nh} \ln s_i + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\pi}^T (\mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s}) \tag{B.32}$$

em que  $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{ng}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \in \mathbb{R}^{nh}$ , são os vetores multiplicadores de Lagrange e são chamados variáveis duais. Um ponto mínimo local  $\mathbf{x}^*$  do problema (B.31) pode ser calculado em termos do ponto estacionário da função Lagrangeana, no qual deve satisfazer as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem (CNOPO) de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), apresentada na expressão (B.33) (Granville, 1994; Y. C. Wu e Marsten, 1994; Torres e Quintana, 1998; Rider et al., 2004):

$$\begin{aligned}
\nabla f(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_g(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{J}_h(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\pi} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\
\mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} &= \mathbf{0} \\
\mathbf{S}\boldsymbol{\pi} &= \mu^k \mathbf{e}
\end{aligned} \tag{B.33}$$

Onde  $\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x})$  é o gradiente da função objetivo,  $\mathbf{J}_{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{ng \times nx}$  é a matriz Jacobiana das restrições de igualdade  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{J}_{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{nh \times nx}$  é a matriz Jacobiana das restrições de desigualdade  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ .  $\mathbf{S}$  é uma matriz diagonal com  $s_i$ 's compondo os elementos da diagonal; e  $\mathbf{e}$  é um vetor de tamanho apropriado formado por elementos iguais a 1.

### B.2.2 O Método de Pontos Interiores Primal-Dual

Mesmo que o sistema de KKT (B.33) seja um sistema de equações não lineares, a sua solução é geralmente aproximada por uma única iteração do método de Newton (a direção de Newton é somente uma medida para seguir um trajeto de minimização, parametrizada por  $\mu^k$ ). Aplicando o método de Newton para resolver (B.33), o sistema de equações lineares indefinido (B.34) é obtido (ver (Y. C. Wu e Marsten, 1994)). O método de Newton necessita que sejam definidos os seguintes pontos iniciais: parâmetro de barreira logarítmica  $\mu^0$ , variáveis primais  $\mathbf{x}^0$  e  $\mathbf{s}^0$  e variáveis duais  $\boldsymbol{\lambda}^0$  e  $\boldsymbol{\pi}^0$ . O método de Newton consiste em um processo iterativo no qual se aproxima um ponto inicial  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{s}^0, \boldsymbol{\lambda}^0, \boldsymbol{\pi}^0)$  ao ponto de solução  $(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\pi}^*)$  através de uma seqüência de pontos  $(\mathbf{x}^k, \mathbf{s}^k, \boldsymbol{\lambda}^k, \boldsymbol{\pi}^k)$  que indica a trajetória percorrida durante o processo iterativo. A cada iteração  $k$  do método de Newton, o ponto de solução tem que satisfazer as condições de não negatividade.

$$\mathbf{s}^k, \boldsymbol{\pi}^k \geq 0$$

Assim, a solução do sistema de equações dado pela Eq. (B.33) utilizando o método de Newton, implica em resolver um sistema de equações lineares do tipo  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  a cada iteração  $k$ , como é apresentado em (Granville, 1994; Y. C. Wu e Marsten, 1994; Torres e Quintana, 1998; Rider et al., 2004), dado por (B.34).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{\mathbf{g}}(\mathbf{x})^T & \mathbf{J}_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}^{-1}\boldsymbol{\Pi} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{g}}(\mathbf{x}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}^k \\ \Delta \mathbf{s}^k \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^k \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^k \end{bmatrix} =$$

$$- \begin{bmatrix} \nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{J}_{\mathbf{g}}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{J}_{\mathbf{h}}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\pi} \\ \mathbf{S}\boldsymbol{\pi} - \mu \mathbf{e} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (\text{B.35})$$

Em que a matriz  $\mathbf{W}$  é a matriz Hessiana das restrições de igualdade  $\mathbf{H}_{\mathbf{g}_j}(\mathbf{x})$  e desigualdade  $\mathbf{H}_{\mathbf{h}_j}(\mathbf{x})$  e

da função objetivo  $\mathbf{H}_f(\mathbf{x})$ , dada por:

$$\mathbf{W} = \mathbf{H}_f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{ng} \lambda_j \mathbf{H}_{g_j}(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{nh} \pi_j \mathbf{H}_{h_j}(\mathbf{x}) \quad (\text{B.36})$$

e,  $\Delta \mathbf{x}^k$ ,  $\Delta \boldsymbol{\lambda}^k$ , e  $\Delta \boldsymbol{\pi}^k$  são as direções do método de Newton da iteração  $k$ .

As condições necessárias para a utilização do método de Newton na solução de (B.33) são:

1. Existência de um ponto estacionário  $(\mathbf{x}^*, \mathbf{s}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\pi}^*)$  que seja solução do sistema de (B.33) e que satisfaça as condições de KKT.
2. Existência e continuidade das segundas derivadas parciais locais no ponto estacionário.
3. O conjunto das restrições de igualdade e de desigualdade ativas no ponto estacionário devem ser linearmente independente.
4. Existência da complementaridade estrita  $(\mathbf{s}^T \boldsymbol{\pi})$  no ponto estacionário.

As condições teóricas para a utilização do método de Newton geralmente não são avaliadas nas aplicações reais para sistemas de potência de grande porte devido à complexidade de cálculo. Assim, não é garantido que a solução obtida para (B.29) seja um ótimo global. Mesmo assim, o processo de otimização fornece, em geral, soluções melhores que os métodos clássicos. A fim de dar continuidade à análise teórica do MPI, são consideradas satisfeitas as condições para a aplicação do método de Newton para resolução iterativa de equações não lineares.

### Atualização das Variáveis Primais e Duais

A cada iteração  $k$  é resolvida a Eq. (B.34) e depois é feita uma estimação dos valores das variáveis do problema, obtidos por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \alpha_p^k \Delta \mathbf{x}^k \\ \mathbf{s}^{k+1} &= \mathbf{s}^k + \alpha_p^k \Delta \mathbf{s}^k \\ \boldsymbol{\lambda}^{k+1} &= \boldsymbol{\lambda}^k + \alpha_d^k \Delta \boldsymbol{\lambda}^k \\ \boldsymbol{\pi}^{k+1} &= \boldsymbol{\pi}^k + \alpha_d^k \Delta \boldsymbol{\pi}^k \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

### Máximo Tamanho de Passo

$\alpha_k \in (0, 1]$  é o tamanho de passo. O máximo tamanho de passo, para cada iteração é dado por (B.38), como foi proposto em (Torres e Quintana, 1998).

$$\alpha_p^k = \min_i \left\{ 1, \min_{\Delta s_i^k < 0} \left( \frac{-s_i^k}{\Delta s_i^k} \right) \right\} \quad (\text{B.38})$$

$$\alpha_d^k = \min_i \left\{ 1, \min_{\Delta \pi_i^k < 0} \left( \frac{-\pi_i^k}{\Delta \pi_i^k} \right) \right\}$$

$$\alpha_k = \min\{\alpha_p^k, \alpha_d^k\}$$

O valor escalar  $\gamma \in (0, 1)$  é um fator de segurança para assegurar que o próximo ponto satisfaça as condições de não negatividade. Um valor típico para este fator é  $\gamma = 0.9995$ .

### Redução do Parâmetro de Barreira

O valor residual da condição de complementaridade é chamado gap de complementaridade e é calculado em cada iteração  $k$  por:

$$\rho^k = (\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\pi}^k \quad (\text{B.39})$$

A seqüência  $\{\rho^k\}_{k=0}^{\infty}$  deve convergir para zero, e a relação entre o  $\rho^k$  e  $\mu^k$ , implícito nas condições de (B.33), sugere que  $\mu^k$  poderia ser reduzido em cada iteração  $k$  em função da diminuição do gap de complementaridade, dada pela expressão (B.40).

$$\mu^{k+1} = \beta^k \frac{\rho^k}{nh} \quad (\text{B.40})$$

em que  $\beta \in (0, 1)$  é o decréscimo esperado de  $\rho^k$ , mas não necessariamente realizado, e é chamado *centering parameter* e sua interpretação é: se  $\beta^k = 1$ , o sistema KKT (B.33) define uma direção central, um passo Newton para um ponto no trajeto da barreira. Caso contrário, se  $\beta^k = 0$ , dá um passo Newton puro, também conhecido como a direção *affine-scaling*. Para compensar os dois objetivos, de reduzir  $\mu^k$  e melhorar a direção central,  $\beta^k$  é escolhido dinamicamente como foi proposto em (Torres e Quintana, 1998),  $\beta^{k+1} = \max\{0, 95\beta^k; 0, 1\}$ , com  $\beta^0 = 0,2$ .

### Critério de Convergência

O processo do método de Newton é repetido até que os critérios de convergência, apresentados na expressão (B.41) sejam atingidos.

- Factibilidade Primal

$$\max\{\|\mathbf{g}(\mathbf{x}^k)\|_2\} \leq \epsilon_f$$

- Factibilidade Dual

$$\frac{\|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) + \mathbf{J}\mathbf{g}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda}^k + \mathbf{J}\mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\pi}^k\|_\infty}{1 + \|\mathbf{x}^k\|_2} \leq \epsilon_f$$

- Condição de Optimalidade

$$\frac{\rho^k}{1 + \|\mathbf{x}^k\|_2} \leq \epsilon_o$$

(B.41)

$$\mu^k \leq \epsilon_\mu$$

- Desvio da Função Objetivo

$$\frac{|f(\mathbf{x}^k) - f(\mathbf{x}^{k-1})|}{1 + |f(\mathbf{x}^k)|} \leq \epsilon_f$$

em que  $\epsilon_f$ ,  $\epsilon_o$  e  $\epsilon_\mu$  são os erros das *condições de factibilidade, otimalidade e parâmetro de barreira*, respectivamente. Tipicamente  $\epsilon_f = \epsilon_o = 10^{-5}$  e  $\epsilon_\mu = 10^{-8}$ .

### Algoritmo Geral

O Método de Pontos Interiores Primal - Dual pode ser sintetizado no seguinte algoritmo :

1. Inicializar  $\mu^0$ ,  $\beta^0$  e obter um ponto inicial  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{s}^0, \boldsymbol{\lambda}^0, \boldsymbol{\pi}^0)$  que satisfaça as condições de não-negatividade ( $\mathbf{s}^k, \boldsymbol{\pi}^k \geq 0$ ).
2. Calcular  $\mathbf{g}(\mathbf{x}^0)$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x}^0)$ ,  $\mathbf{J}\mathbf{g}(\mathbf{x}^0)$  e  $\mathbf{J}\mathbf{h}(\mathbf{x}^0)$ .
3. Calcular o vetor da parte direita da expressão (B.34).
4. Fazer  $k = 0$ .



**Repetir**

6. Calcular a matriz  $\mathbf{W}$  usando (B.36).
7. Montar e resolver no ponto atual o sistema (B.34).
8. Obter o máximo tamanho de passo usando (B.38).
9. Atualizar as variáveis usando (B.37).
10. Calcular  $\mathbf{g}(\mathbf{x}^{k+1})$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x}^{k+1})$ ,  $\mathbf{Jg}(\mathbf{x}^{k+1})$  e  $\mathbf{Jh}(\mathbf{x}^{k+1})$ .
11. Calcular  $\mu^{k+1}$  (B.40),  $\rho^{k+1}$  (B.39) e  $\beta^{k+1}$ .
12. Calcular o vetor da parte direita da expressão (B.34).
13. Fazer  $k = k + 1$ .

**Até se obter a convergência.****Ponto Inicial**

A solução do problema de otimização deve encontrar-se no interior ou na fronteira da região de convergência. O ponto inicial e a trajetória de convergência não possuem essa restrição. De fato, as condições de otimalidade são referidas ao ponto candidato ao ótimo, não sendo necessariamente satisfeitas durante o processo iterativo. A resolução iterativa determina uma seqüência de pontos que aproximam o ponto inicial à solução. Em particular, as equações que determinam a inclusão do ponto na região de convergência serão em geral satisfeitas apenas no final do processo iterativo. Esta é uma importante vantagem na utilização das versões dos MPI para PNL. Os algoritmos dos pontos interiores realizam uma trajetória interior à região formada pelas restrições de desigualdade. Por conseguinte, esses algoritmos necessitam da determinação de um ponto inicial interior a esta região (Castronuovo, 2001). Embora o ponto inicial somente precise manter as condições de não negatividade, o processo de convergência é sensível ao ponto inicial e o desempenho dos MPI pode melhorar se alguma iniciação heurística for usada (Torres e Quintana, 1998; Wu e Debs, 2001; Ramos et al., 2005b). Uma iniciação heurística é dada a seguir.

1. A estimação do  $\mathbf{x}^0$  é dado usando o ponto médio entre os limites superior e inferior para as variáveis com limites.
2. As variáveis de folga primais são inicializadas como:

$$s_i^0 = \begin{cases} h_i(\mathbf{x}^0) & \text{se } h_i(\mathbf{x}^0) \geq 1 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

3. As variáveis duais  $\lambda_i^0$  podem ser inicializadas com  $-1, 0$  ou  $1$ , de acordo com o problema a ser resolvido.
4. As variáveis de folga duais são inicializadas como:

$$\pi^0 = \mu^0 (\mathbf{S}^0)^{-1} \mathbf{e}$$

em que  $\mathbf{S}^0$  é uma matriz diagonal definida pelos valores de  $\mathbf{s}^0$ . Tipicamente  $\mu^0 = \{10; 1 \text{ ou } 0, 1\}$ .

### Tempo de Execução

O tempo de execução dos métodos de pontos interiores depende de vários fatores, como por exemplo: as características do computador utilizado, ou o esquema de pré-processamento e ordenamento utilizado. O número de iterações do MPI para conseguir a convergência depende principalmente de: a) o tipo de método de pontos interiores utilizado; b) da natureza não-linear do problema por resolver; c) do ponto e parâmetro de barreira inicial; d) da taxa de decrescimento esperado do parâmetro de barreira; e) do tamanho de passo na direção de busca; f) do critério de parada. Em (Dai et al., 2000) são analisados os fatores que influem na velocidade e convergência do MPI. O tempo de cálculo numa iteração do método de pontos interiores depende principalmente de: a) o método numérico utilizado para resolver (B.34); e b) da estrutura esparsa do problema.

## B.3 O Problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo

O Problema de Fluxo de Potência Ótimo tem sido muito estudado ao longo dos anos, pois é uma ferramenta de fundamental importância no mercado elétrico atual devido às características de competitividade que este apresenta. Tanto no planejamento como na operação dos sistemas de potência, a segurança e a confiabilidade são avaliadas usando uma certa quantidade de programas, entre os quais está incluso o FPO.

O número mínimo de restrições de igualdade do FPO é determinado pelas equações de uma rede de energia elétrica, como no problema de fluxo de potência. Adicionalmente, podem ser incluídas no problema de otimização restrições de igualdade que modelam características particulares da operação do sistema de potência (valores fixos de algumas variáveis ou uma combinação de variáveis do sistema).

As restrições de desigualdade são os limites impostos a uma variável ou conjunto de variáveis do sistema. Em relação à sua função, podem ser classificadas em três grandes grupos: a) restrições físicas, são as restrições impostas pelos limites da capacidade dos componentes do sistema. Exemplos: limites máximo e mínimo de geração de potência ativa e reativa das unidades geradoras, limites nos

valores dos taps dos OLTC, limites de fluxo de potência aparente nos ramos de um sistema, limites da capacidade de geração de potência reativa dos compensadores shunt, etc; b) restrições operacionais, a operação do sistema impõe limites como máxima e mínima magnitude da tensão nas barras, diferença angular máxima entre barras, etc; e c) restrições de segurança, as restrições de segurança representam um grupo de restrições relacionadas a um conjunto de contingências determinadas pela análise de segurança em tempo real. O resultado da análise de segurança é uma operação confiável do sistema.

A função objetivo representa a variável ou conjunto de variáveis que se deseja otimizar. Existe uma grande variedade de funções objetivo possíveis de utilizar na operação da rede elétrica, relacionadas ao objetivo do estudo. No FPO, algumas das mais utilizadas são: a) Mínimo Custo de Potência Ativa; b) Minimização das Perdas de Potência Ativa; c) Mínimo Desvio de uma Distribuição de Potência Ativa Pré-especificada; d) Mínimo Desvio de um Perfil de Tensões Pré-especificado; e) Mínimo Corte de Carga; e d) Mínima Ação de Controle. As funções objetivo anteriores podem ser combinadas em um único problema de otimização, através de um problema multi-objetivo.

O problema de fluxo de potência ótimo reativo (FPOR) é um caso especial de problema de FPO e é um dos principais assuntos abordados nos estudos da operação de sistemas de potência. Em alguns casos o FPOR é considerado um problema independente de despacho econômico de potência ativa, e seu objetivo é manter o perfil de tensão em uma escala aceitável, de forma a minimizar a perda total de energia na transmissão, usando como variáveis de controle os valores das magnitudes de tensões dos geradores, os taps dos transformadores com tap variáveis, a potência das fontes de compensação reativa VAR (bancos de capacitores e compensadores síncronos) avaliadas nos sistemas de potência. As restrições incluem os limites de VAR e magnitudes de tensões dos geradores, os limites das magnitudes de tensões das barras de carga, os limites dos taps dos transformadores com tap variável, os limites das fontes de VAR, as restrições de segurança e de balanço de potência nas barras (Sharif et al., 2000). Existem várias técnicas clássicas para resolver o problema de FPOR (método do gradiente, programação linear e quadrática sucessivas e métodos do tipo Newton), entre as técnicas mais recentes encontram-se o método de pontos interiores (Granville, 1994; Y. C. Wu e Marsten, 1994; Torres e Quintana, 1998; Rider et al., 2004; Yan et al., 2006) e o método de estratégia de região de garantia (Sousa e Torres, 2007; Hongye e Thomas, 2007; Yongfei e Xianmin, 2006; Renjun et al., 2006; Zhou et al., 2005). Soluções do FPOR por aplicações diretas de alguns programas de otimização não-linear podem ser encontradas em (Medina et al., 1998; Rosehart et al., 2005; Orfanogianni e Bacher, 2000; Vasconcelos et al., 1999).

### B.3.1 FPOR Utilizando Formulação de Potência com Tensões em Coordenadas Retangulares

O problema de minimização de perdas de potência ativa utilizando equações e tensões em coordenadas retangulares é formulado como um problema de PNL (Torres e Quintana, 1998) definido por:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & l = \mathbf{G}_{sw}:(e_{sw}\mathbf{e} + f_{sw}\mathbf{f}) + \mathbf{B}_{sw}:(f_{sw}\mathbf{e} - e_{sw}\mathbf{f}) \\
 \text{s.a.} \quad & \mathbf{G}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) + \mathbf{B}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - P_k^{SP} = 0, \quad \forall k \in \tilde{\mathcal{B}} \\
 & \mathbf{G}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - \mathbf{B}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) - Q_k^{SP} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{L} \\
 & \underline{Q}_k \leq \mathbf{G}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - \mathbf{B}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) \leq \overline{Q}_k, \quad \forall k \in \mathcal{G} \cup \mathcal{S} \\
 & \underline{V}_k^2 \leq e_k^2 + f_k^2 \leq \overline{V}_k^2, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\
 & \underline{\text{tap}}_m \leq \text{tap}_m \leq \overline{\text{tap}}_m, \quad \forall m \in \mathcal{T}
 \end{aligned} \tag{B.42}$$

Onde  $sw$  é a barra de referência,  $\mathbf{G}_k$  e  $\mathbf{B}_k$  são as  $k$ -ésimas colunas das matrizes de condutâncias  $\mathbf{G}$  e susceptâncias  $\mathbf{B}$  de barras, respectivamente.  $e_k$  e  $f_k$  são as componentes das  $k$ -ésimas posições do vetor das tensões (complexas) real  $\mathbf{e}$  e imaginária  $\mathbf{f}$  de barras, respectivamente.  $P_k^{SP} = P_k^G - P_k^L$  e  $Q_k^{SP} = Q_k^G - Q_k^L$  são as potências ativa e reativa especificadas, respectivamente, na barra  $k$ ;  $P_k^G$  e  $Q_k^G$  são as potências ativa e reativa geradas, respectivamente, na barra  $k$ ;  $P_k^L$  e  $Q_k^L$  são as potências ativa e reativa demandadas, respectivamente, na barra  $k$ .  $\overline{Q}_k = \overline{Q}_i^G - Q_i^L$  e  $\underline{Q}_k = \underline{Q}_i^G - Q_i^L$  são os limites máximo e mínimo de potências reativas na barra  $k$ , onde  $\overline{Q}_k^G$  e  $\underline{Q}_k^G$  são os limites máximos e mínimos da potência gerada ou de compensação shunt na barra  $k$ .  $\overline{V}_k$ ,  $\underline{V}_k$  são os limites máximo e mínimo das magnitudes de tensão na barra  $k$ ;  $\overline{\text{tap}}_m$ ,  $\text{tap}_m$ ,  $\underline{\text{tap}}_m$  são os valores máximo, corrente e mínimo dos taps dos transformadores em derivação do ramo  $m$ .  $\mathcal{B}$  é o conjunto de todas as barras,  $\tilde{\mathcal{B}}$  é o conjunto de todas as barras menos a barra de referência,  $\mathcal{L}$  é o conjunto de barras com fonte de VAR fixa,  $\mathcal{G}$  é o conjunto de todos os geradores,  $\mathcal{S}$  é o conjunto de todos os compensadores shunt nas barras,  $\mathcal{T}$  é o conjunto de todos os transformadores com LTC. As variáveis de decisão do problema (B.42) são: as componentes real e imaginária da tensão (complexa) das barras e os taps dos transformadores com tap variável. A componente imaginária da tensão (complexa) da barra de referência é fixa com um valor igual a zero ( $f_{sw} = 0$ ).

Se a tensão complexa em cada barra é conhecida, é possível calcular qualquer outra variável da rede. É por esta razão, que a tensão complexa é considerada como variável de otimização. Os taps dos transformadores com tap variável, também devem ser considerados como variáveis de otimização do sistema. A este conjunto mínimo de variáveis de otimização é possível adicionar outras variáveis, dependendo do objetivo do estudo e do método de otimização utilizado. Algumas variáveis que

podem ser consideradas como variáveis de otimização são: Potências ativa e reativa de geração, limite máximo de fluxo de potência em uma linha, transações contratadas entre barras, etc.

No problema de fluxo de potência ótimo reativo a geração de potência ativa do conjunto de barras  $\tilde{B}$  é considerada como conhecida. Normalmente, a geração de potência ativa tem sido calculado por meio de um despacho econômico ativo.

### B.3.2 Formulação de Injeção de Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares para um Problema de Fluxo de Potência

Seguindo as principais idéias contidas em (da Costa et al., 1999) e (da Costa et al., 2007), será apresentada uma formulação para o fluxo de potência utilizando o método de Injeção de Corrente (IC) modelado para cargas do tipo potência constante.

Esta formulação provou ser eficiente para resolver este tipo de problema. A equação básica de potência injetada em uma determinada barra  $k$  de um sistema é dado por:

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k I_k^* \quad (\text{B.43})$$

Assim, tem-se para a corrente injetada nesta mesma barra que:

$$I_k = \frac{P_k + jQ_k}{V_k^*} = \sum_{m \in \Omega_k} (Y_{km} V_m) \quad (\text{B.44})$$

Logo, pode-se escrever que:

$$\sum_{m \in \Omega_k} (Y_{km} V_m) - \frac{P_k + jQ_k}{V_k^*} = 0 \quad (\text{B.45})$$

A equação (B.45) representa o balanço de corrente na barra  $k$ , e pode ser separada em duas equações referentes às componentes real e imaginária das correntes injetadas nas barras, escritas em função das partes real e imaginárias das tensão na barra  $k$ . Desta forma, as equações de corrente imaginária e real a serem resolvidas no problema de fluxo de potência, denotadas por  $\Delta I r_k$  e  $\Delta I i_k$  respectivamente, são dadas por:

$$\Delta I i_k = (\mathbf{G}_k: \mathbf{f} + \mathbf{B}_k: \mathbf{e}) - \frac{P_k^{SP} f_k - Q_k^{SP} e_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \quad (\text{B.46})$$

$$\Delta I r_k = (\mathbf{G}_k: \mathbf{e} - \mathbf{B}_k: \mathbf{f}) - \frac{P_k^{SP} e_k + Q_k^{SP} f_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0 \quad (\text{B.47})$$

O sistema de equações não-lineares dado por (B.46) e (B.47) é resolvido utilizando o método de

Newton-Raphson:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{G}_1 \\ \mathbf{G}_2 & \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{I}_i \\ \Delta \mathbf{I}_r \end{pmatrix} \quad (\text{B.48})$$

Onde  $\Delta \mathbf{I}_i$  e  $\Delta \mathbf{I}_r$  são os vetores das partes imaginária e real dos erros de corrente, respectivamente, dados por (B.46) e (B.47). As submatrizes  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{G}_1$ ,  $\mathbf{B}_2$  e  $\mathbf{G}_2$  para um ramo genérico  $km$  são dadas por:

$$\mathbf{B}_1 = \frac{\partial \Delta I_{i_k}}{\partial e_k} = \begin{pmatrix} B_{kk} - a_k & B_{km} \\ B_{mk} & B_{mm} - a_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.49})$$

$$\mathbf{G}_1 = \frac{\partial \Delta I_{i_k}}{\partial f_k} = \begin{pmatrix} G_{kk} - b_k & G_{km} \\ G_{mk} & G_{mm} - b_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.50})$$

$$\mathbf{G}_2 = \frac{\partial \Delta I_{r_k}}{\partial e_k} = \begin{pmatrix} G_{kk} + b_k & G_{km} \\ G_{mk} & G_{mm} + b_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.51})$$

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\partial \Delta I_{r_k}}{\partial f_k} = \begin{pmatrix} -B_{kk} - a_k & -B_{km} \\ -B_{mk} & -B_{mm} - a_m \end{pmatrix} \quad (\text{B.52})$$

onde  $a_m$  e  $b_m$  são dados pelas Eq.s (B.53)-(B.54).

$$a_k = \frac{-2e_k f_k (P_k^{SP}) + (Q_k^{SP})(e_k^2 - f_k^2)}{(e_k^2 + f_k^2)^2} \quad (\text{B.53})$$

$$b_k = \frac{2e_k f_k (Q_k^{SP}) + (P_k^{SP})(e_k^2 - f_k^2)}{(e_k^2 + f_k^2)^2} \quad (\text{B.54})$$

Os elementos fora da diagonal principal das submatrizes da Eq. (B.48), referentes às derivadas parciais de (B.46) e (B.47) em relação a  $e_k$  e  $f_k$ , são iguais aos elementos da matriz de admitâncias nodais e são constantes durante todo o processo iterativo, cada uma dessas submatrizes será um bloco de ordem  $(nb \times nb)$ . Pode-se notar nas Eqs. (B.53)-(B.54) que nas quatro derivadas parciais em relação às tensões complexas, os termos  $a_k$  e  $b_k$  aparecem duas vezes cada um, o que significa que neste caso os elementos da diagonal da matriz Jacobiana são facilmente atualizados e de forma rápida, pois somente é necessário o cálculo de dois termos variáveis, resultando em uma matriz Hessiana das equações Eqs. (B.46) e (B.47) altamente esparsa.

Também se pode observar que para uma barra de transferência, barras cujas injeções de potência ativa e reativa iguais a zero, conseqüentemente, as potências ativa  $P_k^{SP}$  e reativa  $Q_k^{SP}$  especificadas são iguais a zero, tornando as Eqs. (B.47) e (B.46) lineares. Esta característica pode ser explorada pelo MPI para resolver um problema de FPOR usando a formulação de equações de corrente.

A matriz Hessiana das equações (B.46) e (B.47) possui os seguintes elementos:

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k^2} = \frac{Q_k^{SP}(2e_k^3 - 6e_k f_k^2) + P_k^{SP}(2f_k^3 - 6e_k^2 f_k)}{(e_k^2 + f_k^2)^3} \quad (\text{B.55})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k \partial f_k} = \frac{-Q_k^{SP}(2f_k^3 - 6e_k^2 f_k) + P_k^{SP}(2e_k^3 - 6e_k f_k^2)}{(e_k^2 + f_k^2)^3} \quad (\text{B.56})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial f_k \partial e_k} = \frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k \partial f_k} \quad (\text{B.57})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial f_k^2} = -\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k^2} \quad (\text{B.58})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{r_k}}{\partial e_k^2} = -\frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k \partial f_k} \quad (\text{B.59})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{r_k}}{\partial f_k^2} = \frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k \partial f_k} \quad (\text{B.60})$$

$$\frac{\partial^2 \Delta I_{r_k}}{\partial e_k \partial f_k} = \frac{\partial^2 \Delta I_{r_k}}{\partial f_k \partial e_k} = \frac{\partial^2 \Delta I_{i_k}}{\partial e_k^2} \quad (\text{B.61})$$

Pode ser observado aqui que somente é necessário calcular as derivadas das Eqs. (B.55) e (B.56) para montar a matriz Hessiana pois os outros elementos são equivalentes a essas duas equações. Este fato é importante quando se trata de economia do tempo computacional. Também pode ser observado que cada restrição do PFOR dada pelas Eqs. (B.46) e (B.47)) tem uma matriz Hessiana formada por somente quatro elementos diferentes de zero.

### B.3.3 FPOR Utilizando Formulação de Injeção de Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares

O problema de minimização das perdas de potência ativa de um sistema elétrico de potência, usando tensões em coordenadas retangulares, é formulado como um problema de PNL e é definido por:

$$\begin{aligned} & \min P_{sw}^G \quad (\text{B.62}) \\ \text{s.a. } & (\mathbf{G}_k: \mathbf{f} + \mathbf{B}_k: \mathbf{e}) - \frac{P_k^{SP} f_k - Q_k^{SP} e_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\ & (\mathbf{G}_k: \mathbf{e} - \mathbf{B}_k: \mathbf{f}) - \frac{P_k^{SP} e_k + Q_k^{SP} f_k}{e_k^2 + f_k^2} = 0, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\ & \underline{Q}_k^G \leq Q_k^G \leq \overline{Q}_k^G, \quad \forall k \in \mathcal{G} \cup \mathcal{S} \\ & \underline{V}_k^2 \leq e_k^2 + f_k^2 \leq \overline{V}_k^2, \quad \forall k \in \mathcal{B} \\ & \underline{tap}_m \leq tap_m \leq \overline{tap}_m, \quad \forall m \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

Para que as equações de corrente possam ser utilizadas no ORPF foi necessário considerar de forma explícita as variáveis de geração de potência ativa e reativa dos geradores e a potência reativa dos compensadores shunt. Estas variáveis aparecem de forma implícita no modelo (B.42). Este aumento do tamanho das variáveis primais do problema de PNL não piora o desempenho computacional de (B.62) e permite ainda, explorar os elementos constantes que aparecem na matriz Jacobiana e a alta esparsidade das matrizes Hessianas das restrições de igualdade.

As variáveis de decisão do problema (B.62) são: as componentes (complexas) real e imaginária da tensão de barra, taps dos transformadores com tap variável, potência ativa de geração da barra de referência e potência reativa de geração dos geradores e compensadores shunt. A componente imaginária da tensão (complexa) da barra de referência é fixa com um valor igual a zero ( $f_{sw} = 0$ ).

A grande motivação para a utilização da formulação do FPOR utilizando equações de injeção de correntes foi a alta esparsidade da matriz Hessiana do problema da Eq. (B.62), já que o maior esforço computacional para resolver um PNL, quando utilizado o método de pontos interiores, está em inverter uma matriz de Newton. Sendo assim, se o modelo utilizado proporciona uma matriz de Newton mais esparsa, o ganho de tempo computacional a cada iteração é considerável. Outro aspecto importante é o número de elementos constantes a serem calculados para a montagem das matrizes Jacobianas e Hessianas.

### B.3.4 Estrutura da Matriz Hessiana (W) para as Formulações de Potência e Corrente com Tensões em Coordenadas Retangulares

Nesta sessão será mostrada a estrutura da matriz Hessiana dos problemas da Eq. (B.42) e da Eq. (B.62) utilizando o exemplo dado pela Figura B.4 para a análise de dois cenários: com e sem restrições de potência aparente nas linhas de transmissão.

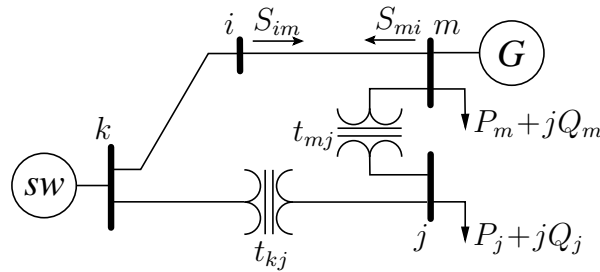


Figura B.4: Sistema Ilustrativo



### Exemplo 1: Sem restrições de fluxo de potência nas linhas

Nos modelos (B.42) e (B.62) pode-se observar que cada barra contribui com três matrizes hessianas na formação da matriz  $\mathbf{W}$ , uma matriz hessiana dada pela restrição da magnitude de tensão e as outras duas dadas pelas equações de injeção de potência ativa e reativa, para o modelo (B.42), e as equações de injeção de corrente real e imaginária, para o modelo (B.62).

As Figuras B.5 e B.6 contém símbolos que representam os elementos que compõem as matrizes Hessianas  $\mathbf{W}$ . Os quadros sombreados representam a contribuição das matrizes hessianas das restrições de magnitude de tensão, e os símbolos “○”, “×”, “□” e “+” representam as contribuições das matrizes hessianas das equações de injeção de potências ativa e reativa (Figura B.5) e das equações de injeção de corrente real e imaginária (Figura B.6), nas barras  $k, j, i, m$ , respectivamente.

	$e_k$	$e_j$	$e_i$	$e_m$	$f_j$	$f_i$	$f_m$	$t_{mj}$	$t_{kj}$
$e_k$	○	×	□		×	□			×
$e_j$	×	×		*			*	*	×
$e_i$	□		●	+		●	+		
$e_m$		*	+	+	*	+	●	*	
$f_j$	×			*	×		*	*	×
$f_i$	□		●	+		●	+		
$f_m$		*	+	●	*	+	+	*	
$t_{mj}$		*		*	*		*	+	
$t_{kj}$	×	×			×				○

Figura B.5: Matriz  $\mathbf{W}$  do problema (B.42) para o sistema ilustrativo da Figura B.4

A Figura B.5 representa a matriz  $\mathbf{W}$  para o modelo (B.42). Cabe destacar que somente as matrizes Hessianas das equações de potência da barra  $i$  são constantes, as outras matrizes dependem do valor dos taps ou das tensões complexas. Para formar a matriz  $\mathbf{W}$  cada matriz Hessiana tem que ser multiplicada por seu respectivo multiplicador de lagrange a cada iteração. Na Figura (B.5) existem 47 elementos diferentes de zero, com um grau de esparsidade de 41,98%. Figura (B.6) representa a matriz  $\mathbf{W}$  para o modelo (B.62), onde existem 35 elementos diferentes de zero, com um grau de esparsidade de 75,69%. É possível observar na Figura (B.6) a grande esparsidade da matriz  $\mathbf{W}$  quando comparada com a Figura (B.5). Neste modelo a barra com injeção de potência igual a zero (barra  $i$  da Figura (B.4)) forma duas Eqs. lineares, gerando uma contribuição nula na construção da matriz  $\mathbf{W}$ , este fato pode ser observado pela falta do símbolo “□” na Figura (B.6). A Figura (B.6) mostra também que as derivadas de segunda ordem das restrições de igualdade e desigualdade do modelo

	$e_k$	$e_j$	$e_i$	$e_m$	$f_j$	$f_i$	$f_m$	$t_{mj}$	$t_{kj}$	$P_k$	$Q_k^G$	$Q_m^G$
$e_k$	○								⊗	○	○	
$e_j$		×			×			*	⊗			
$e_i$			●	●		●	●					
$e_m$			●	⊕		●	⊕	*				+
$f_j$		×			×			*	⊗			
$f_i$			●	●		●	●					
$f_m$			●	⊕		●	⊕	*				+
$t_{mj}$		*		*	*		*	+				
$t_{kj}$	⊗	⊗			⊗				○			
$P_k$	○											
$Q_k^G$	○											
$Q_m^G$				+			+					

Figura B.6: Matriz  $\mathbf{W}$  do problema (B.62) para o sistema ilustrativo da Figura B.4

(B.62) em relação às tensões preenchem somente as diagonais principais da matriz  $\mathbf{W}$ .

### Exemplo 2: Com restrição de fluxo de potência aparente na linha

O segundo exemplo considera a inclusão das restrições de fluxo de potência aparente na linha  $i - m$  (Eqs. (B.63) e (B.64)) para ambos os modelos. O objetivo desta inclusão é mostrar a mudança da matriz  $\mathbf{W}$  quando é adicionada uma restrição de fluxo (ver  $S_{im}$  e  $S_{mi}$  na Figura (B.4)).

$$\begin{aligned}
 S_{im}^2 &= P_{im}^2 + Q_{im}^2 \leq \overline{S_{im}}^2 \\
 P_{im} &= (e_i^2 + f_i^2)g_{im} - g_{im}(e_ie_m + f_if_m) + \\
 &\quad b_{im}(e_if_m - e_mf_i)
 \end{aligned} \tag{B.63}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{im} &= -(e_i^2 + f_i^2)(b_{im}^{sh} + b_{im}) + g_{im}(e_if_m - e_mf_i) + \\
 &\quad b_{im}(e_ie_m + f_if_m) \\
 S_{mi}^2 &= P_{mi}^2 + Q_{mi}^2 \leq \overline{S_{im}}^2 \\
 P_{mi} &= (e_m^2 + f_m^2)g_{im} - g_{im}(e_ie_m + f_if_m) - \\
 &\quad b_{im}(e_if_m - e_mf_i)
 \end{aligned} \tag{B.64}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{mi} &= -(e_m^2 + f_m^2)(b_{im}^{sh} + b_{im}) - g_{im}(e_if_m - e_mf_i) + \\
 &\quad b_{im}(e_ie_m + f_if_m)
 \end{aligned}$$

Onde  $g_{im}$ ,  $b_{im}$ ,  $b_{im}^{sh}$  e  $\overline{S_{im}}$  são a condutância, susceptância, susceptância shunt e limite de fluxo de potência aparente da linha de transmissão  $i - m$ .

Esta restrição gera uma contribuição na formação da matriz Hessiana  $\mathbf{W}$  que pode ser observada pelo símbolo “•” nas Figura (B.5) e (B.6). Esta restrição ocasiona uma diminuição da esparsidade da matrix  $\mathbf{W}$  para ambos os modelos, porém cria um maior prejuízo ao modelo (B.62), não permitindo aproveitar totalmente as vantagens apresentadas pelas equações de IC, pois a inclusão desta restrição gera um maior número de elementos a serem inclusos nas matrizes e conseqüentemente a serem calculados e fatorados a cada iteração.

Nesta seção foram apresentados dois exemplos da estrutura da matriz  $\mathbf{W}$  para o problema de FPOR considerando as equações de injeções de corrente e de injeção de potência. O Exemplo 1 mostra claramente que o número de elementos diferentes de zero da matriz  $\mathbf{W}$  do modelo (B.62) é menor que do modelo (B.42), mesmo sendo essa última de menor dimensão. O Exemplo 2 mostra que se for incluída ao modelo (B.62) uma restrição de fluxo de potência aparente na linha  $i - m$  da Figura (B.4), este ganha um número maior de elementos diferentes de zero para cada restrição de fluxo de linha do sistema do que quando é incluído o mesmo tipo de restrição ao modelo (B.42), logo, quando é considerado fluxo em todas as linhas do sistema, o modelo de injeção de corrente perde suas características de esparsidade perante o modelo de injeção de potência.

## B.4 Comparação de Programas de Otimização Não-Lineares para Resolver o problema de FPOR

Os novos e poderosos recursos computacionais a um custo computacional relativamente baixo e técnicas matemáticas eficientemente consolidadas para a resolução de problemas de PNL de grande porte dão esperanças aos pesquisadores da área de otimização de sistemas de potência, de poder resolver de forma mais rápida e exata o problema de FPOR. Os programas de otimização não-linear: IPOPT (Wächter e Biegler, 2006) (versão 3.3.3), KNITRO (Byrd et al., 2006) (versão 5.2.0), LOQO (Vanderbei, 1999) (versão 6.06), MINOS (Murtagh e Saunders, 1998), e SNOPT (Gill et al., 2002) representam o estado da arte no que se refere a “software” de otimização para resolver eficientemente os problemas de PNL de grande porte. Cada programa de otimização usa uma técnica de otimização diferente e tem sua própria característica de convergência. Estes e outros programas modernos estão disponíveis no servidor NEOS (server for optimization) (localizado no Laboratório Nacional de Argonne). Para avaliar a eficiência de cada técnica de otimização (tempo total de processamento, tempo de avaliação das funções, numero de iterações, etc) é necessário analisar as características próprias do problema de PNL resolvido (características de não-linearidades da função objetivo e restrições, esparsidade das matrizes, etc).

Nesta parte do relatório o problema de FPOR utilizando formulação de potência com tensões em coordenadas retangulares foi modelada como um problema de PNL padrão, escrito em AMPL (Fourer et al., 2003) e testado em cada programa de otimização. Foram utilizados cinco sistemas testes e três sistemas reais para criar casos a serem analisados. O objetivo é identificar o programa de otimização que possui a melhor característica de convergência. Para comparar o desempenho computacional de cada programa de otimização (numero de iterações, tempo total de processamento e tempo de avaliação das funções) foi usado o perfil de execução proposto em (Dolan e Moré, 2002). Também estão relatadas uma comparação dos casos de não convergência.

### **B.4.1 Programas de Otimização Não-Linear**

Alguns comentários sobre os programas de otimização não-linear serão apresentados a seguir.

#### **IPOPT (Interior Point OPTimizer)**

O IPOPT utiliza um algoritmo de pontos interiores primal-dual com um método de filtro de busca linear para assegurar a convergência global. O problema resolvido pelo IPOPT tem a forma do PNL dado por (B.65).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{x}^l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^u \end{aligned} \tag{B.65}$$

Onde  $\mathbf{x}$  são as variáveis de otimização (com possibilidade de possuir limites inferior  $\mathbf{x}^l$  e superior  $\mathbf{x}^u$ ). A função objetivo  $f(\mathbf{x})$  e a restrição de igualdade  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  é assumida como sendo duas vezes diferenciável. Note que uma restrição de desigualdade não-linear também pode ser incluída à formulação acima usando variáveis de folga. O IPOPT tem como objetivo, encontrar uma solução local de (B.65). Em (Wächter e Biegler, 2006) pode-se encontrar uma descrição mais detalhada do algoritmo, incluindo a fase de restauração da factibilidade para o método do filtro, correção de segunda ordem, e correção de inércia da matriz de KKT. Também são consideradas neste algoritmo, heurísticas que permitem uma execução mais rápida do algoritmo. Em (Wächter e Biegler, 2005) e (Wächter e Biegler, 2006), são analisadas as propriedades de convergências global e local, respectivamente. O IPOPT é um software aberto escrito em C++, C, Fortran e MATLAB. (<http://www.coin-or.org/Ipopt/>)

### KNITRO (Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer)

O KNITRO fornece três algoritmos para resolver o problema de PNL: a) algoritmo de pontos interiores direto, b) algoritmo de pontos interiores e gradiente conjugado, e c) algoritmo de conjunto ativo. O problema resolvido pelo KNITRO tem a forma do PNL dado por (B.66).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \end{aligned} \quad (\text{B.66})$$

Assume-se que  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  são duas vezes diferenciáveis. O KNITRO possibilita utilizar os algoritmos de forma independente ou utilizar um procedimento de seleção automática implementado internamente que permite cruzar os três algoritmos durante o processo de solução. O primeiro algoritmo implementado pode ser encontrado na referência (Byrd et al., 2006). O algoritmo de pontos interiores direto aplica técnicas de barreira e fatoração direta da matriz de KKT de um sistema não-linear. Este algoritmo executa melhor os problemas mal condicionados. Em (Byrd et al., 1999) é descrito um algoritmo de pontos interiores e gradiente conjugado, onde são aplicadas técnicas de barreira usando o método do gradiente conjugado para resolver o sub-problema de KKT, a base teórica deste algoritmo pode ser encontrada em (Byrd et al., 2000). O algoritmo de conjuntos ativos implementa um método de programação linear-quadrática sequencial descrita em (Byrd et al., 2004). Os três algoritmos têm diferenças fundamentais que conduzem a um comportamento diferente de cada problema de otimização não-linear. Ao mesmo tempo, fornecem uma série de diferentes caminhos para atacar as dificuldades dos problemas. É um software comercializado por "Ziena Optimization" e é avaliado em C++, C, Fortran. (<http://www.ziena.com/knitro.html>)

### LOQO

O LOQO é baseado em um método de pontos interiores primal-dual infactível que soluciona problemas de otimização convexos e não-convexos, e problemas de otimização não lineares (B.67).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{h}^l \leq \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{h}^u \\ & \mathbf{x}^l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^u \end{aligned} \quad (\text{B.67})$$

Se o problema é convexo, então o LOQO encontra uma solução ótima global, caso contrário, encontra uma solução ótima local aproximada para um dado ponto inicial. Note que uma restrição

de igualdade pode ser formulada assumindo os valores correspondentes de  $\mathbf{h}^l$  e  $\mathbf{h}^u$  para um mesmo valor. O LOQO é escrito em Fortran 77 e mais informações sobre ele, podem ser encontradas em (Vanderbei, 1999). Este software é aberto mas requer um arquivo de licença antes de ser usado. (<http://www.princeton.edu/~rvdb/>)

### **MINOS (Modular In-core Nonlinear Optimization System)**

O MINOS usa uma implementação estável do método simplex primal para resolver problemas lineares. Para problemas com restrições lineares e uma função objetivo não-linear, o método do gradiente reduzido é empregado com uma aproximação quasi-Newton para a Hessiana reduzida. Para problemas de programação não-linear, o MINOS resolve uma seqüência de sub-problemas em que as restrições são linearizadas e a função objetivo é uma função Lagrangeana aumentada, o controle do tamanho de passo é heurístico mas a convergência superlinear é sempre alcançada (Murtagh e Saunders, 1998). O problema resolvido pelo MINOS tem a forma de um problema de PNL (B.68)

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) + \mathbf{c}^T \mathbf{x} + \mathbf{d}^T \mathbf{y} \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{A}_1 \mathbf{y} = \mathbf{b}_1 \\ & \mathbf{A}_2 \mathbf{x} + \mathbf{A}_3 \mathbf{y} = \mathbf{b}_2 \\ & \mathbf{l} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \tag{B.68}$$

Em que os vetores  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$ ,  $\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{u}$  e as matrizes  $\mathbf{A}_1$ ,  $\mathbf{A}_2$ ,  $\mathbf{A}_3$  são constantes. O MINOS é um software vendido pela Stanford University Office of Technology Licensing, e é escrito em Fortran 77. (<http://www.sbsi-sol-optimize.com>)

### **SNOPT (Sparse Nonlinear OPTimizer)**

O SNOPT utiliza um algoritmo de programação quadrática seqüencial. As direções de busca são obtidas dos sub-problemas de programação quadrática que minimiza um modelo quadrático da função Lagrangeana sujeito a restrições linearizadas. A função de mérito da Lagrangeana aumentada é reduzida ao longo de cada direção de busca para assegurar a convergência de qualquer ponto inicial. O problema resolvido pelo SNOPT tem a forma de um problema de PNL dado por (B.69).

$$\begin{aligned} \min \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{l} \leq \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{A}\mathbf{x} \end{pmatrix} \leq \mathbf{u} \end{aligned} \tag{B.69}$$

Em que  $\mathbf{l}$  e  $\mathbf{u}$  são valores constantes, e representam os limites mínimo e máximo e  $\mathbf{A}$  é uma matriz esparsa. Informações sobre o SNOPT podem ser encontradas em (Gill et al., 2002) e é um software vendido pela Stanford University Office of Technology Licensing, escrito em Fortran. (<http://www.sbsi-sol-optimize.com>)

### B.4.2 Perfil de Desempenho

Os perfis de desempenho fornecem meios eficazes de comparar de forma rápida o desempenho computacional dos programas de otimização aqui apresentados. Em (Dolan e Moré, 2002) define-se o perfil de desempenho de um método como uma função de distribuição cumulativa para um desempenho métrico. Supondo resolver um conjunto de problemas  $P$  com diferentes métodos. Denotando um problema particular por  $p$  e um método particular por  $s$ . A idéia é comparar o desempenho computacional do método  $s$  resolvendo o problema  $p$  com o melhor desempenho computacional dado por algum método resolvendo este mesmo problema particular. A *taxa de desempenho* é definido como:

$$\rho_{p,s} = \frac{t_{p,s}}{\min\{t_{p,s} : 1 \leq s \leq n_s\}}$$

Em que  $t_{p,s}$  é o tempo total de processamento do programa de otimização  $s$  gasto no problema  $p$ .  $n_s$  é o número de programas de otimização. Se um programa de otimização não resolve um determinado problema, o resultado de seu desempenho é representado por um valor infinito. Por outro lado, para obter uma avaliação total de um programa no conjunto problemas, é definida uma função de distribuição cumulativa  $p_s(\tau)$  como:

$$p_s(\tau) = \frac{1}{n_p} \text{size}\{p \in P : \rho_{p,s} \leq \tau\}$$

em que  $p_s(\tau)$  é a probabilidade da taxa de desempenho  $\rho_{p,s}$  estar dentro de um fator de  $\tau$  da melhor taxa de desempenho possível.  $n_p$  é o número de problemas. Em geral,  $p_s(\tau)$  para um programa de otimização particular  $s$  fornece informações sobre a porcentagem de problemas que o programa de otimização solucionará se para cada problema, o programa de otimização pode ter um recurso de tempo máximo de  $\tau$  vezes o tempo mínimo do tempo total de processamento. Para  $\tau = 1$  a probabilidade  $p_s(1)$  de um programa de otimização particular  $s$  é a probabilidade de um programa ganhar sobre todos os outros. Por isso, se estamos interessados somente em conhecer os atuais melhores programas de otimização, necessitamos somente considerar o valor de  $p_s(1)$  de todos os programas de otimização. Para valores maiores de  $\tau$ , a função de probabilidade  $p_s(\tau)$  fornece informação se um programa de otimização consegue atualmente resolver um problema. Por isso, se estamos interessados somente na probabilidade que um programa de otimização consiga resolver um problema de

forma satisfatória, deveríamos considerar  $p_s(\tau)$  para todos os programas de otimização com um valor de  $\tau$  maior.

Como os diferentes programas buscam somente uma solução local para vários problemas  $p \in P$ , e é muito provável que cada programa de otimização  $s$  encontre uma solução local diferente. De forma a fazer uma comparação correta, foram excluídos da comparação os problemas cujos valores finais da função objetivo não estão próximos ao critério (B.70).

$$\frac{\max\{l^1, \dots, l^{n_s}\} - \min\{l^1, \dots, l^{n_s}\}}{1 + \max\{|\max\{l^1, \dots, l^{n_s}\}|, |\min\{l^1, \dots, l^{n_s}\}|\}} > 10^{-1} \quad (\text{B.70})$$

em que  $l^s$  é o valor da função objetivo do problema (B.42) obtida pelo programa  $s$ . O tempo total de processamento foi usado como uma medida do desempenho computacional; embora, a idéia acima possa ser utilizada com outra medida do desempenho computacional. Por exemplo, se agora o número de iterações é a medida do desempenho de interesse, ajuste  $t_{p,s}$  corretamente.

### **B.4.3 Provas e Resultados**

Os sistemas teste IEEE 30, 57, 118, e 300 barras, o sistema teste England 39 barras e três sistemas reais, o sistema peruano de 460 barras, um sistema real de 662 barras obtido em (examples) e o sistema brasileiro de 2256 barras, foram utilizados para criar os casos usados para resolver o problema de FPOR. Para cada sistema elétrico de potência (SEP), foi calculado um conjunto de casos de contingências factíveis (para saídas de linhas de transmissão somente) cuja solução não resulta em um FPOR infactível. As contingências foram obtidas utilizando os critérios apresentados em (Granville et al., 1996). A contingência é considerada factível se ela não gera corte de carga. O caso base, assim como o caso de contingências factíveis, foram usados para avaliar os programas de otimização.

A Tabela B.6 mostra algumas informações relevantes dos sistemas usados nos testes. Onde  $nb$  é o número de barras,  $ng$  é o número de geradores,  $nsh$  é o número de elementos shunt com potência reativa variável,  $nl$  é o número de linhas de transmissão,  $nt$  é o número de transformadores com controle de posição de tap,  $nzi$  é o número de barras de passagem (barras sem injeção de potência ativa e reativa e sem conexão de transformador com tap variável),  $(P)$  e  $(Q)$  são as potência ativa e reativa total das cargas em MW e MVar, respectivamente, e  $nc$  é o número de casos de contingências factíveis.

Os resultados numéricos foram obtidos usando um SunFire V20Z com dois processadores AMD Opteron com 2.46Hz e 8Gb de memória RAM. Os seis software foram rodados com suas opções de “default” sobre 4401 problemas de PNL, todos na mesma máquina. O ponto inicial para as componentes (complexas) real e imaginária da magnitude de tensão nas barras são 1,0 pu e 0,0 pu, respectivamente e para os taps dos transformadores com taps variáveis é 1,0. Estes pontos iniciais



Tabela B.6: Características dos Sistemas Testados

Sistemas	<i>nb</i>	<i>ng</i>	<i>nsh</i>	<i>nl</i>	<i>nt</i>	<i>nzi</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>nc</i>
IEEE30	30	6	2	41	4	2	283,4	126,2	35
ENGL39	39	10	2	46	0	12	6097,1	1408,9	34
IEEE57	57	7	3	80	15	4	1250,8	336,4	59
IEEE118	118	54	8	186	9	2	3668,0	1438,0	167
IEEE300	300	69	10	411	50	28	23247,0	7788,0	248
PERU460	460	50	25	542	134	119	2959,2	1033,3	176
REAL662	662	73	44	1017	77	103	25827,0	8363,9	875
BRA2256	2256	201	86	3508	1	614	47079,8	15017,6	2807
TOTAL									4401

foram utilizados por todos os problemas de PNL solucionados aqui. Como critério de parada foi imposto um limite máximo de 1000 iterações ao contador de iterações e um erro com tolerância mínima de  $10^{-4}$  (erro do problema de PNL escalado (Wächter e Biegler, 2006)).

Dos 4401 problemas, 1528 foram excluídos usando o critério (B.70). A maioria de estes casos excluídos são casos factíveis do sistema Brasileiro de 2256. Dos 2873 casos restantes, o IPOPT não convergiu em um dos casos, o LOQO em 4 casos e o MINOS e o SNOPT em 6 casos, respectivamente. O KNITRO convergiu para todos os casos analisados. A Figura B.7 apresenta o desempenho computacional dos programas de otimização em relação ao número de iterações, e a Figura B.8 compara os tempos computacional gastos para avaliar as funções do programa, considerando os tempos de: avaliação da função objetivo, avaliação das restrições, avaliação do gradiente da função objetivo, avaliação da matriz Jacobiana e avaliação da matriz Hessiana da função Lagrangeana. “KNITRO-ACA” representa o desempenho computacional do algoritmo de conjunto ativo implementado no KNITRO (algoritmo 3). Em termos de número de iterações e de tempo da avaliação das funções, o IPOPT e o KNITRO são os programas de otimização que mostram ser mais eficiente quando comparado ao LOQO, MINOS, SNOPT e KNITRO-ACA. Lembrando que o KNITRO usa algumas iterações do método de região de garantia, o que lhe custa um maior tempo computacional para convergir, e também que o KNITRO converge para todos os casos.

A Figura B.9 apresenta o perfil de desempenho do tempo total de processamento. Neste caso o IPOPT e o KNITRO também mostra um melhor tempo computacional quando comparado aos outros programas de otimização. Em geral os programas de otimização IPOPT, KNITRO e o LOQO apresentam um melhor desempenho computacional para resolver o problema de FPOR, comparados com os

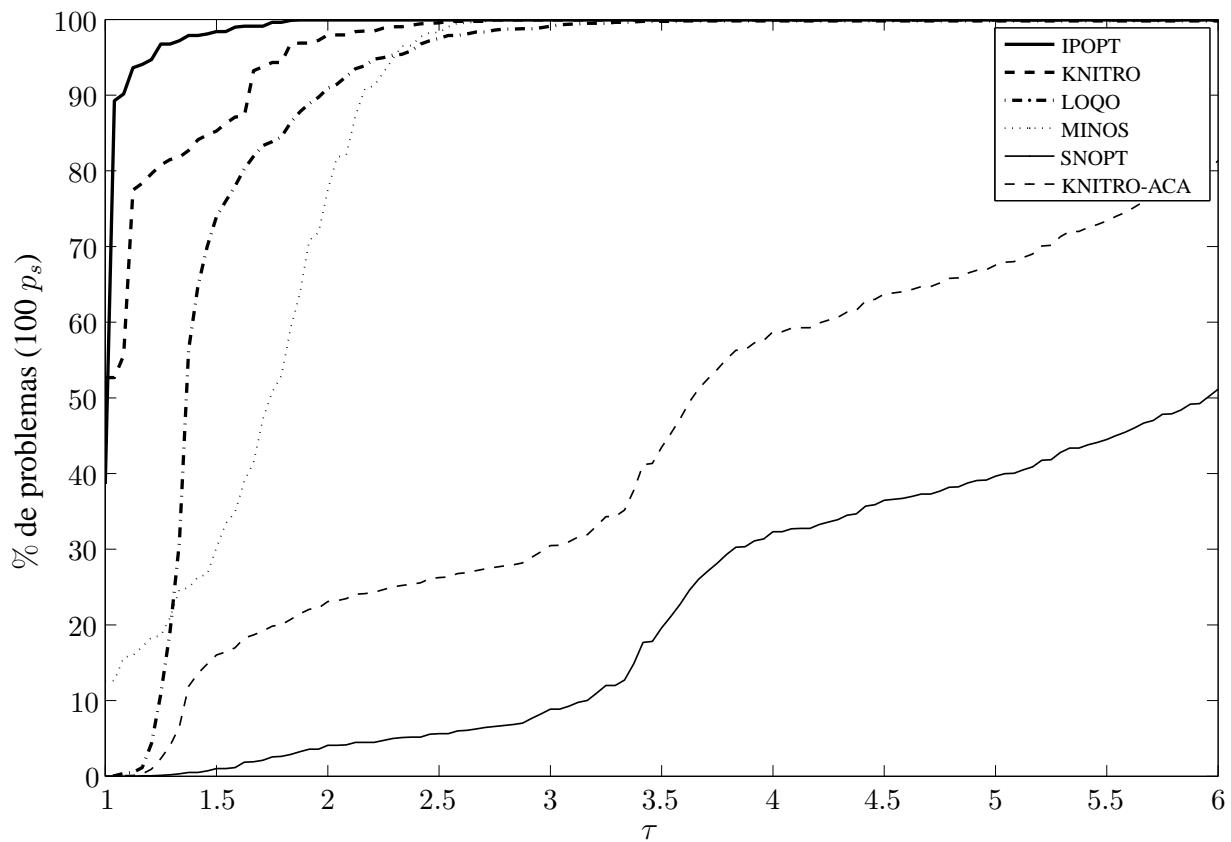


Figura B.7: Perfil de Desempenho para o Numero de Iterações

programas de otimização MINOS, SNOPT e KNITRO-ACA. Também pode-se observar que o LOQO apresentou um melhor desempenho computacional em relação ao tempo total de processamento para os três primeiros sistemas teste IEEE 14, 30 e 57 barras (sistemas pequenos). Para os sistemas reais (sistemas grandes) o IPOPT e o KNITRO foram os que apresentaram melhores resultados.

Os programas de otimização IPOPT, KNITRO e o LOQO apresentam um bom desempenho computacional para resolver o problema de FPOR, também pode-se observar que o LOQO apresentou um melhor desempenho computacional em relação ao tempo total de processamento para os sistemas de pequeno porte. Entretanto, para os sistemas de grande porte o IPOPT e o KNITRO foram os que apresentaram melhores resultados.

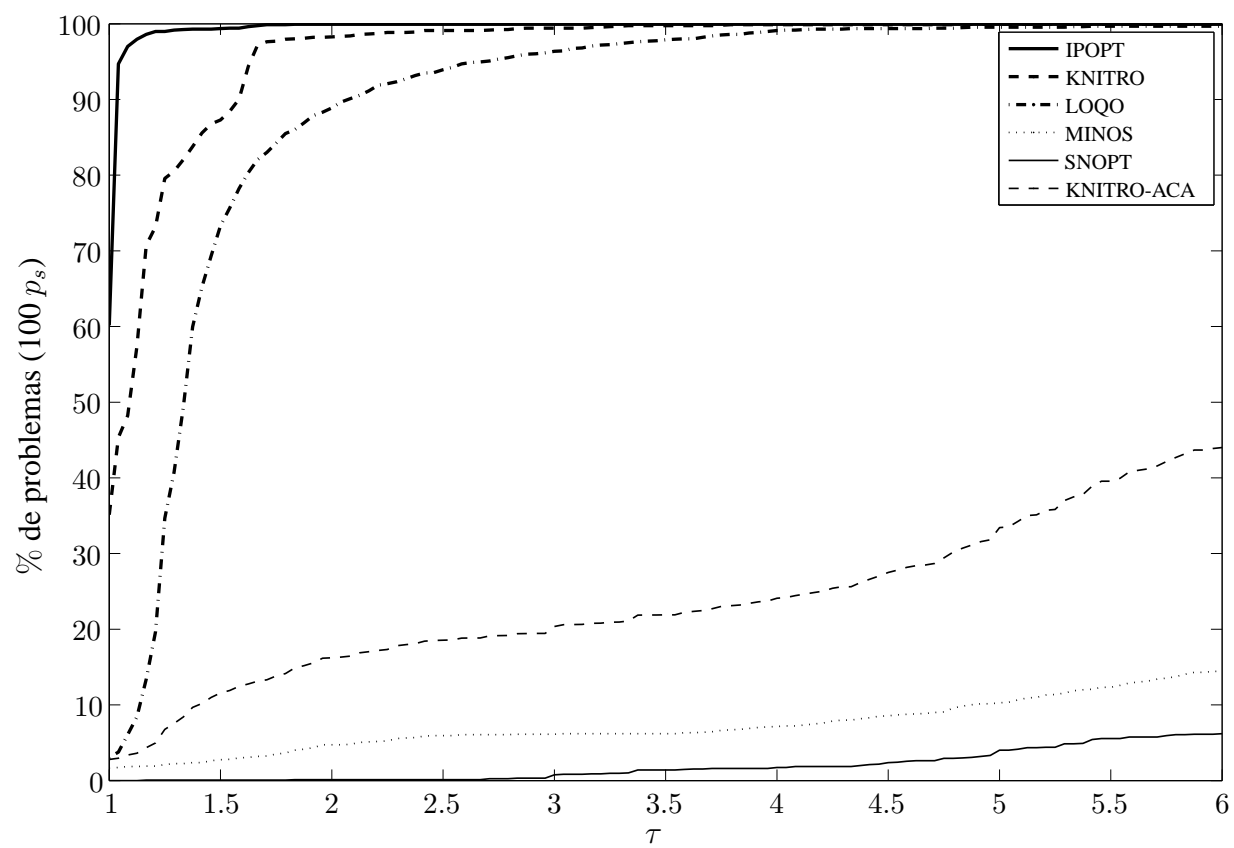


Figura B.8: Perfil de Desempenho para o Tempo de Avaliação de Funções

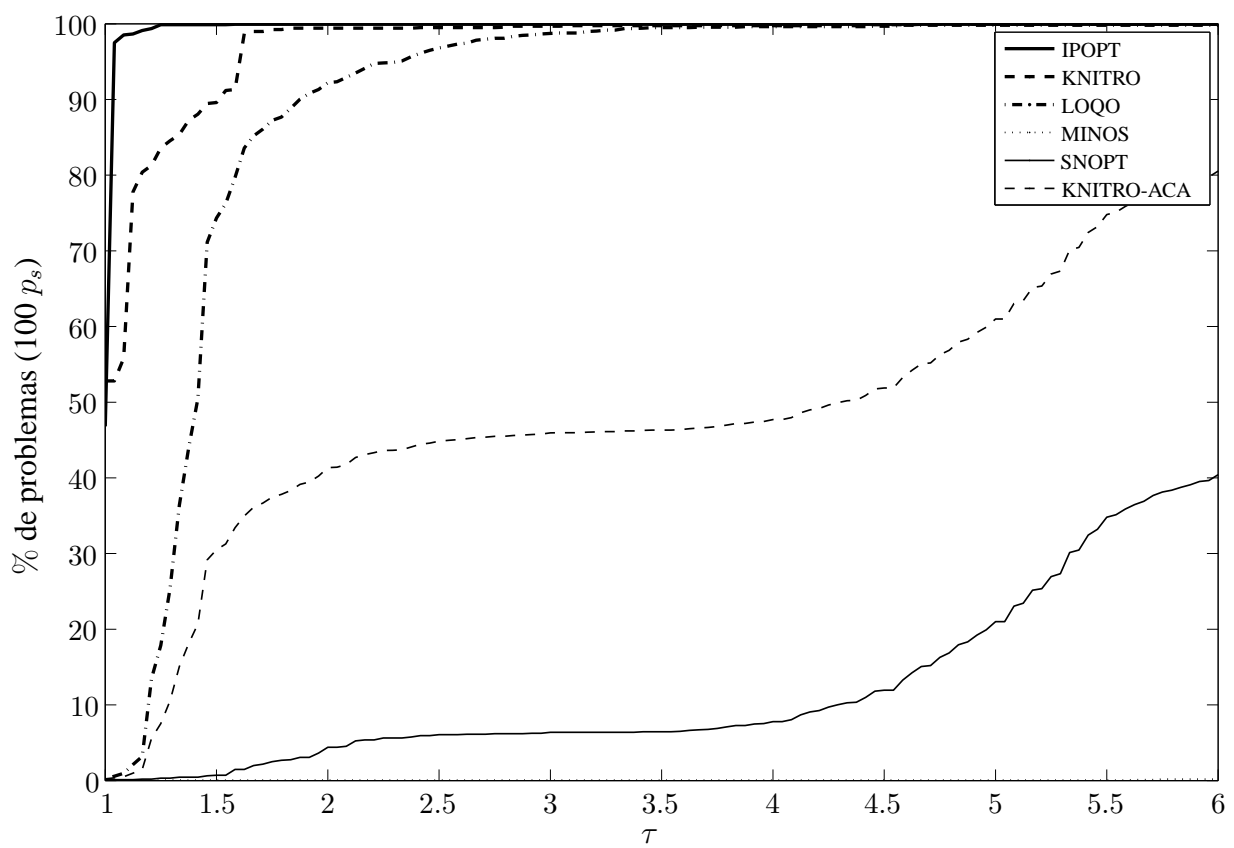


Figura B.9: Perfil de Desempenho para o Tempo Total de Processamento

## B.5 Comparação Computacional entre as formulações do FPOR Utilizando Equações de Potência e Injeção de Corrente

Neste capítulo é mostrada uma comparação computacional entre as formulações do FPOR utilizando as equações de potência e injeção de corrente com tensões em coordenadas retangulares. Ambas formulações foram mostradas no Cap. B.3. O programa de otimização IPOPT foi utilizado para fazer as comparações. Os cinco sistemas teste e os três sistemas reais, assim como todas as contingências factíveis apresentados no Cap. B.4 foram utilizados para avaliar as duas formulações. Como foi apresentado no Cap. B.2, o maior esforço computacional realizado pelo método de pontos interiores é formar, fatorar e resolver, em cada iteração, o sistema de equações lineares dado por (B.34) (ver o passo 7 do algoritmo geral). Para melhorar o desempenho computacional do MPI é necessário analisar a influência de ambos os modelos ((B.42) e (B.62)) na estrutura da matriz  $\mathbf{W}$ . Já foi visto no Cap. B.3 que usando o modelo (B.62) obtemos elementos constantes na matriz Jacobiana das restrições de igualdade  $\mathbf{Jg}$  e uma matriz Hessiana da Lagrangeana altamente esparsa.

Os problemas de FPOR mostrados em (B.42) e (B.62) foram modelados como um problema de PNL padrão, escritos em AMPL (Fourer et al., 2003) e testado em cada um dos sistemas apresentados no Cap. B.4. Os resultados numéricos foram obtidos utilizando o mesmo computador apresentado no Cap. B.4. O software IPOPT foi rodado com as mesmas opções de “default” nos 4401 problemas de PNL e na mesma máquina para ambos os modelos. O ponto inicial para as componentes real e imaginária das tensões de barra são 1,0 pu e 0,0 pu, respectivamente, para os taps dos transformadores com tap variável os valores são iguais a 1,0 pu, para a potência ativa gerada na barra de referência é 0,0 pu e para as potências reativas de geração dos geradores e compensadores shunt é 0,0 pu. Este ponto inicial foi utilizado para todos os problemas de PNL resolvidos. O limite imposto ao contador de iterações foi de 1000 iterações e o erro de tolerância máximo foi  $10^{-4}$  (erro do problema de PNL escalado (Wächter e Biegler, 2006)).

A Tabela B.7 mostra um resumo das características de ambos os modelos para o FPOR. Onde  $nx$  é o número de variáveis primais,  $nxlu$  é o número de variáveis primais com limites mínimos e máximos,  $ngl$  é o número de restrições de igualdade lineares,  $ngnl$  é o número de restrições de igualdade não lineares,  $nh$  é o número de restrições de desigualdade,  $nJ$  é o número de elementos diferentes de zero da matriz Jacobiana ( $J_g$ ) e  $nH$  é o número de elementos diferentes de zero da diagonal superior da Matriz  $\mathbf{W}$  (sendo  $\mathbf{W}$  uma matriz simétrica, o valor  $nH$  é usado como seu número de elementos diferentes de zero). Note que o número de restrições de igualdade lineares ( $ngl$ ) que aparecem no modelo (B.62) é igual a duas vezes o número de barras de passagem ( $nzi$ ), e também que a diferença do número de elementos diferentes de zero entre as matrizes Hessianas dos dois modelos é de aproximadamente 50%. Em alguns casos o número de elementos diferentes de zero da

Tabela B.7: Resumo das Características de Otimização

Dados		$nx$	$nxlu$	$n_{gl}$	$n_{gnl}$	$nh$	$nJ$	$nH$
IEEE30	FPOR-IC	72	12	4	56	30	497	128
	FPOR-EP	63	4	0	51	38	512	269
ENGL39	FPOR-IC	88	10	24	54	39	602	134
	FPOR-EP	77	0	0	67	49	593	297
IEEE57	FPOR-IC	139	25	8	106	57	965	262
	FPOR-EP	128	15	0	103	67	1006	550
IEEE118	FPOR-IC	307	71	4	232	118	2250	575
	FPOR-EP	244	9	0	173	180	2146	1100
IEEE300	FPOR-IC	729	129	56	544	300	5160	1333
	FPOR-EP	649	50	0	520	379	5263	2790
PERU460	FPOR-IC	1129	209	238	682	460	7167	2096
	FPOR-EP	1053	134	0	844	535	7263	4086
REAL662	FPOR-IC	1517	193	206	1118	662	11744	2596
	FPOR-EP	1400	77	0	1207	778	11580	6022
BRA2256	FPOR-IC	4800	288	1228	3284	2256	33732	7018
	FPOR-EP	4512	1	0	4224	2543	36395	18201

matriz Jacobiana para o modelo (B.62) é maior do que para o modelo (B.42), porém o número total de elementos diferentes de zero da matriz  $\mathbf{W}$  para o modelo (B.62) é de aproximadamente 19% menor que o modelo (B.42).

A Tabela B.8 mostra o tempo total, o tempo de avaliação das funções e o número de iterações (para ambos os modelos) para o caso base de todos os sistemas testados, além do valor do ganho percentual entre os dois modelos. Onde PRC é dado pela Eq. (B.71), em que  $t_{CI}$  e  $t_{EP}$  é o tempo utilizado pela formulação do FPOR-IC e FPOR-EP, respectivamente. Note que o tempo total de processamento para o modelo (B.62) é menor que para o modelo (B.42), principalmente para o tempo gasto na avaliação das funções do problema.

$$PRC = \frac{(a - b)}{a} 100\% \begin{cases} \text{se } t_{CI} \geq t_{EP} \text{ então} \\ a = t_{CI} \text{ e } b = t_{EP}; \\ \text{caso contrário} \\ b = t_{EP} \text{ e } a = t_{CI}. \end{cases} \quad (B.71)$$

Tabela B.8: Tempo total e de avaliação das funções do problema para o caso base

Sistemas	Tempo Total			Tempo de avaliação			Iterações	
	$t_{IC}$ (sec)	$t_{EP}$ (sec)	PRC (%)	$t_{IC}$ (sec)	$t_{EP}$ (sec)	PRC (%)	FPOR-IC	FPOR-EP
IEEE30	0,016	0,036	55,56	0,001	0,013	92,31	10	10
ENGL39	0,030	0,050	40,00	0,004	0,024	83,33	10	11
IEEE57	0,032	0,073	56,16	0,007	0,039	82,05	11	11
IEEE118	0,096	0,132	27,27	0,033	0,095	65,26	16	12
IEEE300	0,196	0,455	56,92	0,079	0,347	77,23	20	17
PERU460	0,439	0,461	4,77	0,260	0,345	24,64	28	15
REAL662	0,409	0,920	55,54	0,185	0,701	73,61	21	16
BRA2256	1,912	3,196	40,18	0,848	2,316	63,39	36	23

A Tabela B.9 mostra o tempo total de processamento gasto para fazer a análise de contingências para cada sistema testado, e o tempo total de processamento de todas as 4401 contingências simuladas para ambos os modelos apresentados. Os resultados mostram que existe um considerável ganho de tempo total de processamento quando o modelo (B.62) é comparado com o modelo (B.42). A Figura (B.11) e (B.10) mostra o valor do PRC para o tempo de processamento total e o tempo de avaliação de funções, respectivamente, entre ambos modelos e para cada contingência. Os valores positivos representam a porcentagem de tempo ganho pelo modelo (B.62) em relação ao modelo (B.42). As barras com valores negativos representam a porcentagem de tempo ganho pelo modelo (B.42) em relação ao modelo (B.62). Observa-se que o tempo de processamento gasto pelo modelo (B.62) para cada contingência é consideravelmente menor que o tempo de processamento gasto pelo modelo (B.42), tanto para o tempo total de processamento quanto para o tempo de avaliação das funções do problema. Observa-se também que, o modelo (B.42) somente apresentou ganho de tempo total de processamento em relação ao modelo (B.62) para apenas sete contingências do Sistema Peruano.

Os resultados mostram que o modelo (B.62) gasta um tempo de processamento total e de avaliação de suas funções menor que o modelo (B.42) na grande maioria dos 4401 casos, obtendo um ganho computacional total de aproximadamente 41%. Também, outro fato a considerar é que os modelos (B.42) e (B.62) possuem características de convergência diferentes, podendo o modelo (B.62) gastar um número maior de iterações para convergir em relação ao modelo (B.42), ver Tabela B.8. Esta característica também faz com que o modelo (B.62) convirja para todos os 4401 casos, enquanto que o modelo (B.42) não converge para um dos casos. A seção B.3.4 mostrou que o modelo (B.62) requer um menor cálculo de elementos para a matriz (B.34) tornando a construção desta menos complexa

Tabela B.9: Tempo computacional total gasto pela análise das contingências

Sistemas	$t_{CI}$ (sec)	$t_{EP}$ (sec)	PRC (%)
IEEE30	0,603	1,065	43,43
ENGL39	0,695	1,395	50,19
IEEE57	2,003	3,983	49,72
IEEE118	12,591	21,555	41,59
IEEE300	47,410	88,559	46,36
PERU460	53,801	80,755	33,37
REAL662	332,563	749,440	55,63
BRA2256	5354,376	8897,707	39,82
Total	5804,042	9844,459	41,04

que a da mesma matriz para o modelo (B.42).



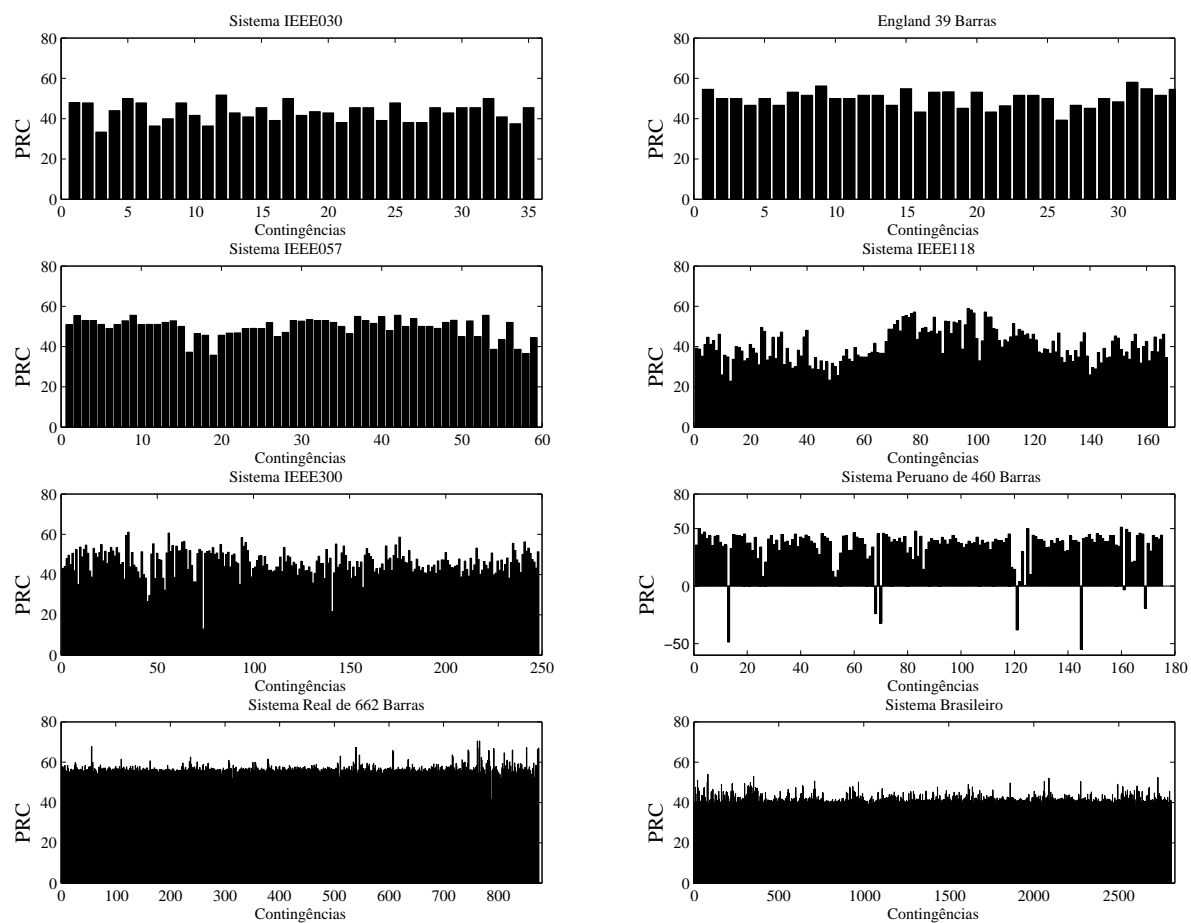


Figura B.10: Tempo computacional total gasto para cada contingência

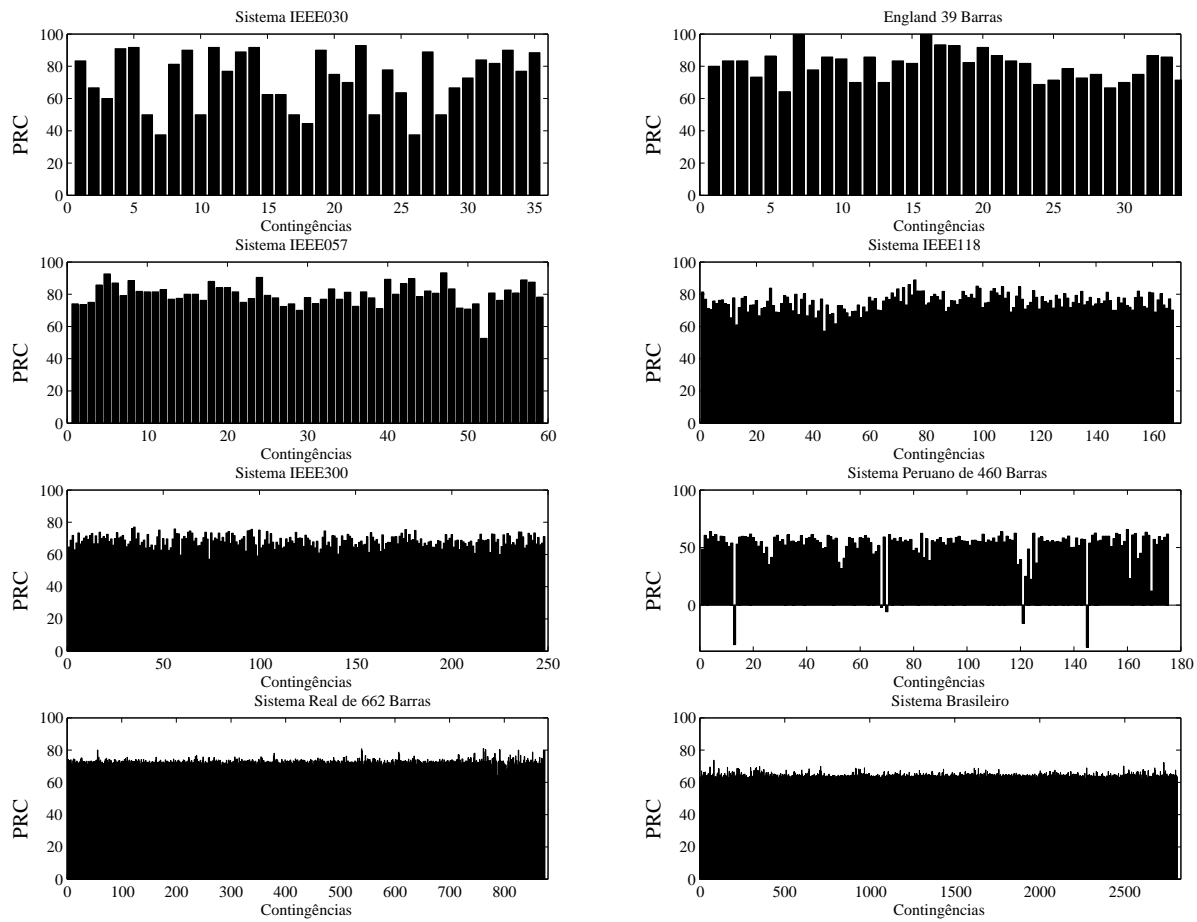


Figura B.11: Tempo de avaliação das funções do problema para cada contingência

## B.6 Método de Pontos Interiores com Técnicas de Região de Garantia

Nesta seção é apresentado um método de pontos interiores que associa técnicas de região de garantia para encontrar um passo ótimo a cada iteração do algoritmo. Este método é baseado no programa de otimização KNITRO (apresentado no Cap. B.4) e foi testado utilizando a formulação do FPOR-PE apresentada na seção B.42.

A técnica de região de garantia é uma classe de algoritmos de otimização para resolver problemas não convexos e não-lineares. A idéia principal do método está baseada no fato de que a utilização do método de região de garantia sozinho apresenta a vantagem de não ter que fatorar a matriz Hessiana da função Lagrangeana a cada iteração, o que é eficiente quando se resolve um problema de grande porte, porém, apresenta a desvantagem de se torna um método com alto custo computacional quando a matriz Hessiana da função Lagrangeana é mal condicionada (Waltz et al., 2006).

Foi então desenvolvido um algoritmo que calcula um passo ótimo utilizando um método de pontos interiores sempre que a qualidade desses passos possa ser assegurada, caso contrário o passo é calculado utilizando a região de garantia. Isto pode ser implementado em um só algoritmo desde que o método de pontos interiores e a técnica de região de garantia sejam utilizadas independentes uma da outra.

Este algoritmo resolve um PNL do tipo mostrado pela Eq. (B.66). A direção de busca é calculada neste algoritmo pela fatoração de um sistema primal-dual. No intuito de se conseguir uma robustez matemática, esta a busca linear levanta duas questões importantes: a) Como definir a direção de busca quando o modelo usado pelo algoritmo é não convexo; e b) Como tratar o rank deficiente da matriz Hessiana da Lagrangeana e da Jacobiana das restrições.

Em (Waltz et al., 2006) é descrito também, um mecanismo para estabilizar a busca linear de cada iteração, que consiste em voltar, sob determinadas condições, em um passo da região de garantia que seja confiável, tal que este caminhe na direção da factibilidade e da otimalidade. Um desafio é projetar o algoritmo de modo que haja uma transição direta entre o método de pontos interiores e as etapas da região de garantia. E afirma que o algoritmo apresentado não possui um custo computacional mais elevado do que outros métodos, tendo propriedades de convergência favoráveis, e boa eficiência computacional para os problemas testados por este.

### B.6.1 Formulação do Problema

O problema de PNL testado com o método de pontos interiores com técnicas de região de garantia é o problema dado pela Eq. (B.42). A função objetivo do problema adicionando o fator de penalização

das variáveis de folga não-negativas:

$$f_\mu(\mathbf{x}) = \mathbf{G}_{sw}:(e_{sw}\mathbf{e} + f_{sw}\mathbf{f}) + \mathbf{B}_{sw}:(f_{sw}\mathbf{e} - e_{sw}\mathbf{f}) - \mu \sum_{i=1}^{nh} \ln \mathbf{s}_i \quad (\text{B.72})$$

A restrição de desigualdade é:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) + \mathbf{B}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - P_k^{SP} \\ \mathbf{G}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - \mathbf{B}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) - Q_k^{SP} \end{bmatrix} \quad (\text{B.73})$$

A variável canalizada existente no problema (B.42) é considerada como uma restrição de desigualdade:

$$\mathbf{h}'(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_k:(f_k\mathbf{e} - e_k\mathbf{f}) - \mathbf{B}_k:(e_k\mathbf{e} + f_k\mathbf{f}) \\ e_k^2 + f_k^2 \\ tap_m \end{bmatrix} \quad (\text{B.74})$$

A restrição de desigualdade  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  da Eq. B.31 é:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}'(\mathbf{x}) - \mathbf{h}^u(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}^l(\mathbf{x}) - \mathbf{h}'(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.75})$$

em que

$$\mathbf{h}^u(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \overline{Q}_k \\ \overline{V}_k^2 \\ \overline{tap}_m \end{bmatrix} \quad (\text{B.76})$$

e

$$\mathbf{h}^l(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \underline{Q}_k \\ \underline{V}_k^2 \\ \underline{tap}_m \end{bmatrix} \quad (\text{B.77})$$

onde  $\mathbf{h}^u(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{h}^l(\mathbf{x})$  são os vetores que contém os valores dos limites mínimo e máximo, respectivamente, das potências reativas, tensões e taps de um sistema.

Assim pode-se adaptar o problema dado por (B.42) ao problema dado por (B.31), sendo a função Lagrangeana, as condições de otimalidade de KKT e o sistema de Newton dados pelas Eqs. (B.32),

(B.33) e (B.34), respectivamente.

## B.6.2 Função de Mérito

A função de mérito é dada por:

$$\phi_v(\mathbf{z}) = f_\mu(\mathbf{z}) + v\|\mathbf{c}(\mathbf{z})\| \quad (\text{B.78})$$

onde  $f_\mu(\mathbf{z})$  é a função de barreira definida pela Eq. (B.72),  $\mathbf{z} = (\mathbf{x}, \mathbf{s})$ , e

$$\mathbf{c}(\mathbf{z}) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (\text{B.79})$$

e  $v > 0$  é um parâmetro de penalidade que é atualizado a cada iteração, tal que a direção de busca  $\mathbf{d}_z$  seja uma direção de descida para  $\phi_v$ .

$$\mathbf{d}_z = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{s} \end{bmatrix} \quad (\text{B.80})$$

A atualização do parâmetro  $v$  é baseada no método de região de garantia. Ao invés de exigir somente que a derivada direcional de  $\phi_v$  seja negativa, como normalmente é feito, foi escolhido um parâmetro  $v$  baseado no decrescimento do modelo quadrático/linear da função de mérito calculado em função do passo  $\mathbf{d}_z$ , e é dado por:

$$v^+ = \begin{cases} v & \text{se } v \geq v_T \\ v_T + 1 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.81})$$

sendo

$$v \geq \frac{\nabla f_\mu(\mathbf{z})^T \mathbf{d}_z + \frac{\sigma}{2} \mathbf{d}_z^T \mathbf{W}_z \mathbf{d}_z}{(1 - \rho)\|\mathbf{c}(\mathbf{z})\|} \equiv v_T \quad (\text{B.82})$$

o parâmetro  $\rho \in (0, 1)$ . Neste trabalho foi utilizado  $\rho = 1$ .

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{se } \mathbf{d}_z^T \mathbf{W}_z \mathbf{d}_z > 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.83})$$

e

$$\mathbf{W}_z = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}^{-1}\mathbf{\Pi} \end{bmatrix} \quad (\text{B.84})$$

Para mostrar que a escolha de  $v$  garante que  $\mathbf{d}_z$  é uma direção de descida de  $\phi_v$ , notou-se (Waltz et al., 2006) que (B.81) e a definição de  $\sigma$  implicam que:

$$\nabla \mathbf{f}_\mu(\mathbf{z})^T \mathbf{d}_z - v \|\mathbf{c}(\mathbf{z})\| \leq -\rho v \|\mathbf{c}(\mathbf{z})\| \quad (\text{B.85})$$

Desde que a derivada direcional de  $\phi_v$  em relação a  $\mathbf{d}_z$  seja dada por:

$$D\phi_v(\mathbf{z}; \mathbf{d}_z) = \nabla \mathbf{f}_\mu^T(\mathbf{z}) \mathbf{d}_z - v \|\mathbf{c}(\mathbf{z})\| \quad (\text{B.86})$$

### B.6.3 Critério de Convergência

#### Critério de Convergência Geral

Idealmente, o critério de parada deveria ser independente da escala das variáveis, da função objetivo e das restrições do problema. Porém, na prática, é difícil de conseguir sempre uma escala independente, e em casos onde certas quantidades se aproximam de zero, esta escala independente não é desejável. Desta forma usou-se uma técnica que alcança um equilíbrio entre a praticidade e a independência. Baseado na Eq. (B.41), porém utilizando um fator de escala que é calculado ao final de cada iteração geral como mostram as Eqs. (B.87), (B.88) e (B.89).

- Factibilidade Primal

$$\|(\mathbf{g}(\mathbf{x}^k), \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^+)\|_\infty \leq \max\{1, \|\mathbf{g}(\mathbf{x}^0), \mathbf{h}(\mathbf{x}^0)^+\|_\infty\} \epsilon^f \quad (\text{B.87})$$

- Factibilidade Dual

$$\frac{\|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) + \mathbf{J}_\mathbf{g}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda}^k + \mathbf{J}_\mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\pi}^k\|_\infty}{1 + \|\mathbf{x}^k\|_\infty} \leq \max\{1, \|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)\|_\infty\} \epsilon^o \quad (\text{B.88})$$

- Condição de Optimalidade

$$\|\mathbf{S}\boldsymbol{\pi}\|_\infty \leq \max\{1, \|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)\|_\infty\} \epsilon^o \quad (\text{B.89})$$

Em que  $\mathbf{h}(\mathbf{x}^0)^+ = \max\{0, \mathbf{h}(\mathbf{x}^k)\}$  e  $\mathbf{x}^0$  é o valor inicial da variável  $\mathbf{x}$ . Quando o valor máximo não é igual a 1, o fator de escala da Eq. (B.88) faz com que este teste de convergência seja independente para qualquer escala de  $f(\mathbf{x}^k)$ ,  $\mathbf{c}(\mathbf{x}^k)$  e de qualquer mudança linear da variável  $\mathbf{x}^k$ . O fator 1 é necessário para assegurar o teste de convergência de factibilidade dual quando  $\|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)\|_\infty$  é igual a zero ou possui um valor muito pequeno.

### Teste de Convergência do Problema de Barreira

Como dito no Cap. B.2, a sequência de parâmetros de barreira  $\{\mu\}$  deve decrescer monotonicamente até zero, para isto foi utilizado uma estratégia simples para a atualização de  $\mu$  que é dado da seguinte forma:

$$\mu^{k+1} = \begin{cases} \frac{\mu^k}{100} & \text{se } k \leq 3 \\ \frac{\mu^k}{5} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (\text{B.90})$$

Para o problema de barreira logarítmica o teste de convergência é feito em função do parâmetro de barreira  $\mu$ . As tolerâncias são calculadas proporcionalmente ao decrescimento do valor de  $\mu$  e é dado por:

- Factibilidade Primal

$$\|(\mathbf{g}(\mathbf{x}^k), \mathbf{h}(\mathbf{x}^k) + \mathbf{s}^k)\|_\infty \leq \max\{1, \|\mathbf{g}(\mathbf{x}^0), \mathbf{h}(\mathbf{x}^0)^+\|_\infty\} \epsilon_\mu^f \quad (\text{B.91})$$

- Factibilidade Dual

$$\frac{\|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) + \mathbf{J}_\mathbf{g}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\lambda}^k + \mathbf{J}_\mathbf{h}(\mathbf{x}^k)^T \boldsymbol{\pi}^k\|_\infty}{1 + \|\mathbf{x}^k\|_\infty} \leq \max\{1, \|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)\|_\infty\} \epsilon_\mu^o \quad (\text{B.92})$$

- Condição de Otimalidade

$$\|\mathbf{S}\boldsymbol{\pi} - \mu \mathbf{e}\|_\infty \leq \max\{1, \|\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k)\|_\infty\} \epsilon_\mu^o \quad (\text{B.93})$$

Note que os fatores de escala calculados nos critérios de convergência geral e de barreira são iguais, o que muda nos dois critérios é o lado esquerdo das equações que se diferem pelas somas de  $-\mu \mathbf{e}$  na Eq. (B.93) e de  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{s}$  na Eq. (B.91), em que:

$$\begin{aligned} \epsilon_\mu^o &= \max\{\theta\mu, \epsilon^o - \mu\} \\ \epsilon_\mu^f &= \max\{\theta\mu, \epsilon^f\} \end{aligned} \quad (\text{B.94})$$

Isto assegura que a escolha da tolerância não cause um número muito grande de soluções do subproblema de barreira, porém não assegura um limite mínimo para  $\mu$ . Embora um valor muito pequeno de  $\mu$  não causar um excessivo número de soluções do subproblema de barreira, ainda sim é necessário prevenir um valor muito pequeno de  $\mu$ , pois isto pode causar falha na iteração. Baseado

na tolerância do problema geral foi forçado um valor mínimo do parâmetro de barreira dado por:

$$\mu_{\min} = \frac{\min\{\epsilon^o, \epsilon^f\}}{100} \quad (\text{B.95})$$

### **B.6.4 Transição Entre o Método de Pontos Interiores e de Região de Garantia**

Se o método de pontos interiores não calcula um passo para o subproblema de barreira, o algoritmo de região de garantia é então utilizado. Para a utilização deste algoritmo é desejável que se dê a ele uma informação do tamanho do raio da região de garantia, tal que este reflita as informações da iteração corrente. Este fato é particularmente importante quando dois passos de região de garantia são separados por uma grande sequência de passos de busca linear. Quando a busca linear calcula uma direção  $d_z^k$ , o raio da região de garantia é calculado da seguinte maneira:

$$\Delta^{k+1} = 2\alpha_z^k \|d_z^k\| \quad (\text{B.96})$$

Por outro lado, se a direção de descida mais recente foi calculada por um passo da região de garantia, ou um passo de busca linear foi rejeitado, o raio da região de garantia é atualizado de acordo com a regra padrão de região de garantia.

### **B.6.5 Algoritmo Geral**

O método de pontos interiores primal – dual com técnicas de região de garantia pode ser sintetizado no seguinte algoritmo:

1. Inicializar  $\mu^0, \eta > 0, 0 < \delta < 1, imax$ , obter um ponto inicial  $(\mathbf{x}^0, \mathbf{s}^0, \boldsymbol{\lambda}^0, \boldsymbol{\pi}^0)$  de acordo com a seção B.2.2, tal que sejam satisfeitas as condições de não-negatividade e fazer  $k = 0$ .

#### **Repetir**

2. Até que os critérios de convergência sejam satisfeitos
3. Calcular  $\mathbf{g}(\mathbf{x}^0)$ ,  $\mathbf{h}(\mathbf{x}^0)$ ,  $\mathbf{J}_\mathbf{g}(\mathbf{x}^0)$  e  $\mathbf{J}_\mathbf{h}(\mathbf{x}^0)$ .
4. Calcular o vetor da parte direita da expressão (B.34).

#### *Início do Problema de Barreira Logarítmica*

#### **Repetir**

5. Fazer *busca linear* = falso.



6. Calcular a matriz  $\mathbf{A}$  usando (B.36).
7. Verificar se  $\mathbf{W}_z$  é definida positiva (ou seja,  $\mathbf{d}_z^T \mathbf{W}_z \mathbf{d}_z > 0$ ), e ir ao passo 8, senão ir ao passo 16.
8. Montar e resolver no ponto atual o sistema (B.34).
9. Obter o máximo tamanho de passo usando (B.38) e chamar  $\alpha_z^{max} = \alpha_p$  e  $\alpha_\lambda^{max} = \alpha_d$ .
10. Verificar se  $\alpha_k > \delta$ , e ir ao passo 11, senão ir ao passo 16.

### **Repetir**

12. Enquanto  $(j \leq imax)$ ,  $(\alpha_T > \delta)$  e *busca linear = falso*,
  13. Verificar se  $\phi_v(\mathbf{z}_k + \alpha_T \alpha_z^{max} \mathbf{d}_z) \leq \phi_v(\mathbf{z}_k) + \eta \alpha_T \alpha_z^{max} D\phi_v(\mathbf{z}_k; \mathbf{d}_z)$ , e e ir ao passo 14, senão, ir ao passo 15.
  14. Fazer  $\alpha_z = \alpha_T \alpha_z^{max}$ ,  $\alpha_\lambda = \alpha_T \alpha_\lambda^{max}$ , atualizar as variáveis utilizando a Eq. (B.37), calcular  $\Delta_{k+1}$  e fazer *busca linear = verdadeiro* e voltar ao passo 12.
  15. Fazer  $j = j + 1$  e  $\alpha_T = \frac{\alpha_T}{2}$

### **Até que uma das condições seja violada.**

16. Verificar se *busca linear = falso*, e ir ao passo 17, senão passe ao passo 18.
17. Calcular  $\mathbf{x}^{k+1}$ ,  $\mathbf{s}^{k+1}$ ,  $\boldsymbol{\lambda}^{k+1}$  e  $\boldsymbol{\pi}^{k+1}$  e atualizar  $\Delta^{k+1}$  utilizando o método de região de garantia.
18. Fazer  $\mu^{k+1} = \mu^k$  e  $k = k + 1$ .

### **Até se obter a convergência do problema de barreira**

19. Atualizar  $\mu^k$  (B.40),

### **Até se obter a convergência do problema geral**

Os valores dos parâmetro utilizados nas simulações foram,  $\mu^0 = 1$ ,  $\eta = 10^{-8}$ ,  $\delta = 10^{-5}$ ,  $imax = 3$ .

## **B.6.6 Método de Região de Garantia**

O método de região de garantia utilizado, descrito em (Byrd et al., 1999), foi desenvolvido para resolver os problemas de PNL de grande porte, onde um MPI-TRG é utilizado para encontrar um passo ótimo para o subproblema de barreira logarítmica, quando a busca linear falha. O TRG calcula separadamente, as variáveis primais e duais, diferente de quando é utilizada o método de pontos interiores primal – dual.

Os multiplicadores de Lagrange para o TRG são calculados utilizando uma aproximação por mínimos quadrados. Isto é utilizado em alguns problemas de PQS existentes na literatura, que calcula uma estimação por mínimos quadrados baseado nas condições de estacionaridade da iteração corrente, assim, são escolhidos os multiplicadores de Lagrange que minimizam a norma euclidiana da primeira e última equações do conjunto de equações (B.33), e são dados por:

$$\begin{bmatrix} \lambda^k \\ \pi^k \end{bmatrix} = [(\hat{\mathbf{J}}^k)^T \hat{\mathbf{J}}^k]^{-1} (\hat{\mathbf{J}}^k)^T \begin{bmatrix} -\nabla \mathbf{f}(\mathbf{x}^k) \\ \mu^k \mathbf{e} \end{bmatrix} \quad (\text{B.97})$$

Em que

$$\hat{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_g(\mathbf{x}) & \mathbf{J}_h(\mathbf{x}) \\ \mathbf{0} & \mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (\text{B.98})$$

O maior esforço computacional para calcular este sistema aumentado é a inversão da matrix  $(\hat{\mathbf{J}}^k)^T \hat{\mathbf{J}}^k$ . Porém, deste modo não se pode garantir, que o valor de  $\pi^k$  será sempre positivo. Para garantir que  $\pi^k$  seja positivo, foi adotado uma forma na qual não se pretende forçar que  $\pi^k$  seja positivo, mas assegurar que o modelo quadrático permaneça convexo nas variáveis de folga. Dessa forma  $\Sigma^k$  que no problema original é dado por:

$$\Sigma_i^k = (\mathbf{S}^k)^{-1} \mathbf{\Pi} \quad (\text{B.99})$$

agora será uma matriz diagonal composta por:

$$\sigma_i^k = \begin{cases} \pi_i^k / s_i & \text{se } \pi_i^k > 0 \\ \mu^k / s_i^2 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (\text{B.100})$$

### **B.6.7 Função de Mérito para a Região de Garantia**

A função de mérito  $\phi(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \nu)$ , definida por (B.72), é utilizada aqui, para determinar se o passo total  $\mathbf{d} = \mathbf{v} + \omega$  é aceitável, e também dar informação sobre como atualizar o raio da região de garantia  $\Delta$ . O parâmetro de penalidade  $\nu$  (para não ser confundido com o parâmetro de barreira  $\mu$ ) equilibra a relativa contribuição da função objetivo e das restrições, e necessita ser atualizada a cada iteração tal que o passo  $\mathbf{d}$  e a função de mérito  $\phi$  sejam compatíveis. Isto significa que se a região de garantia é suficientemente pequena, então o passo  $\mathbf{d}$  deveria causar uma redução em  $\phi$ .

Aproxima-se a mudança da função de mérito devido ao passo  $\mathbf{d}$  pela *Redução Prevista* definida como:

$$pred^k(\mathbf{d}) = -q(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}}) + \nu^k vpred^k \quad (\text{B.101})$$

Onde  $vpred^k$  é a redução prevista pelo passo normal, e  $q$  é a função objetivo do passo horizontal ou tangencial do subproblema quadrático que é inerente à formulação de região de garantia e que é discutido em (Byrd et al., 1999),  $q$  é dado por:

$$q(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}}) = (\nabla \mathbf{f}^T - \mu \mathbf{e}^T)(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}}) + \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}})^T \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}}) \quad (\text{B.102})$$

Onde  $\mathbf{e}$  é um vetor de tamanho apropriado formado por elementos iguais a 1 e a matriz  $\mathbf{G}$  é dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{S}\Sigma\mathbf{S} \end{bmatrix} \quad (\text{B.103})$$

E  $\tilde{\mathbf{v}} = (\mathbf{v}_x, \mathbf{S}^{-1}\mathbf{v}_s)$ ,  $\mathbf{v}$  é chamado de passo normal e  $\tilde{\mathbf{w}}$  é a tangente do gradiente das restrições, o cálculo detalhado é dado em (Byrd et al., 1999).

$$vpred^k(\mathbf{d}) = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} \end{bmatrix} \right\| - \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} \end{bmatrix} + \hat{\mathbf{J}}^T \tilde{\mathbf{v}} \right\| \quad (\text{B.104})$$

A definição de (B.101) é baseada na análise apresentada por (Byrd et al., 2000). Neste problema é necessário que  $\nu^k$  seja grande o bastante para que o  $pred^k(\mathbf{d})$  seja positivo e proporcional à redução  $\sqrt{-m(\tilde{\mathbf{v}})}$  fornecida pelo passo vertical ou passo normal, e é dado por:

$$m(\tilde{\mathbf{v}}) = 2 \begin{bmatrix} \mathbf{g}^T & (\mathbf{h} + \mathbf{s})^T \end{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x \\ \tilde{\mathbf{v}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x^T & \tilde{\mathbf{v}}_s^T \end{bmatrix} \hat{\mathbf{J}}\hat{\mathbf{J}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x \\ \tilde{\mathbf{v}}_s \end{bmatrix} \quad (\text{B.105})$$

Assim,

$$pred^k(\mathbf{d}) \geq \rho \nu^k vpred \quad (\text{B.106})$$

Onde  $0 < \rho < 1$ , para este trabalho foi escolhido um valor de  $\rho = 0.3$ . Pode-se observar em (B.101) que, a inequação (B.106) pode ser forçada pela escolha de  $\nu$  tal que:

$$\nu \geq \frac{q(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}})}{(1 - \rho)vpred} \quad (\text{B.107})$$

Como mostrado em (Byrd et al., 2000), se  $m(\tilde{\mathbf{v}}) = 0$ , então  $\tilde{\mathbf{v}} = 0$ , que implica em  $q(\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{w}}) \leq 0$ , e então (B.106) é satisfeito para qualquer valor de  $\nu$ . Neste caso  $\nu$  pode ser definido como seu valor da iteração anterior, que será chamado aqui de  $\nu^-$ . Assim a atualização de  $\nu$  é feita como mostrado a

seguir:

$$\begin{aligned} \text{se } m(\tilde{\mathbf{v}}) = 0 \quad \text{então} \\ \nu = \nu^- \end{aligned} \quad (\text{B.108})$$

Senão

$$\nu = \max\left\{\nu^-, \frac{m(\tilde{\mathbf{v}})}{(1-\rho)v_{pred}}\right\}$$

Este procedimento é aplicado enquanto o parâmetro de barreira  $\mu$  é fixo. Desta forma, para um valor fixo do parâmetro de barreira o parâmetro de penalidade  $\nu$  aumenta monotonicamente à medida que as iterações avançam, que é uma propriedade importante para a análise da convergência global do algoritmo. Se o valor do parâmetro de barreira for trocado exatamente no início da iteração corrente, o valor  $\nu^-$  que será utilizado no procedimento de escolha do parâmetro  $\nu$  volta a ser igual ao seu valor próprio inicial. Sendo que a função de mérito já foi especificada, esta será utilizada para determinar se o passo  $d^k$  da iteração corrente será aceito ou não. Nos método de região de garantia é necessário calcular a *Redução Atual* na função de mérito, que é dada por:

$$ared(\mathbf{d}) = \phi(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \nu) - \phi(\mathbf{x} + \mathbf{d}_x, \mathbf{s} + \mathbf{d}_s, \nu) \quad (\text{B.109})$$

Os valores de  $\mathbf{d}$  somente são aceitos se,

$$\gamma \equiv \frac{ared(\mathbf{d})}{pred(\mathbf{d})} \geq \eta \quad (\text{B.110})$$

Se o passo é aceito, então o raio da região de garantia é aumentado da seguinte forma:

$$\Delta^+ = \begin{cases} \max\{7\|\mathbf{d}\|, \Delta\} & \text{se } \gamma \geq 0,9 \\ \max\{2\|\mathbf{d}\|, \Delta\} & \text{se } 0,3 \leq \gamma < 0,9 \\ \Delta & \text{se } \eta \leq \gamma < 0,3 \end{cases} \quad (\text{B.111})$$

Quando o passo é rejeitado, o novo raio da região de garantia é no máximo a metade do valor do último raio, mas não é menor do que um décimo do valor do mesmo. Quando o parâmetro de barreira  $\mu$  é reduzido  $\Delta$  é ajustado pela regra  $\Delta \leftarrow \max\{5\Delta, 1\}$ .

### **B.6.8 Algoritmo para o Método de Região de Garantia**

Esta seção irá descrever somente o passo 17 da seção B.6.5 e os procedimentos iniciais necessários para os cálculos do problema. Incluir no passo 1 do algoritmo apresentado na seção B.6.5, a escolha dos parâmetros constantes do problema tal que,  $\tau \in (0, 1)$ ,  $\theta \in (0, 1)$  e  $\zeta \in (0, 1)$ .

1. Calcular o passo normal  $\mathbf{v}^k = (\mathbf{v}_x^k, \mathbf{v}_s^k)$ . (como mostra (Byrd et al., 1999))
2. Calcular os multiplicadores de Lagrange dados pela Eq. (B.97);
3. Calcular a matriz  $W$  com os novos valores de  $\lambda^k$  e  $\pi^k$ , e  $\Sigma_k$ , usando (B.100);
4. Calcular o passo tangencial  $\omega_k$  utilizando o método dado em (Byrd et al., 1999);
5. Calcular o passo total  $\mathbf{d}^k = \mathbf{v}^k + \omega^k$ ;
6. Atualizar o parâmetro de penalidade  $\nu$ , como dado por (B.108);
7. Calcular  $pred^k(\mathbf{d}_k)$  utilizando (B.101) e  $ared^k(\mathbf{d}^k)$  por (B.109);
8. Verificar se  $ared^k(\mathbf{d}^k) \geq \eta pred^k(\mathbf{d}_k)$ , e ir ao passo 9, senão ir ao passo 10
9. Atualizar as variáveis primais  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \mathbf{d}_x^k$  e  $\mathbf{s}^{k+1} = \mathbf{s}^k + \mathbf{d}_s^k$  e o raio da região de garantia  $\Delta^{k+1}$ .
10. Fazer  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k$  e  $\mathbf{s}^{k+1} = \mathbf{s}^k$  e atualizar o raio da região de garantia tal que  $\Delta^{k+1} \in [0.1\Delta^k, 0.5\Delta^k]$ .

Os valores dos parâmetro utilizados nas simulações foram,  $\tau = 0.995$ ,  $\theta = 0.2$  e  $\zeta = 0.8$ .

### B.6.9 Testes e Resultados

O problema mostrado, foi testado utilizando vários sistemas teste. Serão mostrados aqui os testes feitos com os sistemas teste IEEE 14, 30, 118 e 300 barras, o sistema teste England 39 barras e um sistema real, o sistema peruano de 460 barras. O ponto inicial para as componentes (complexas) real e imaginária da magnitude de tensão nas barras são 1.0 pu e 0.0 pu, respectivamente e para os taps dos transformadores com taps variáveis é 1.0 pu. Estes pontos iniciais foram utilizados por todos os problemas de PNL solucionados aqui. Como critério de parada, foi imposto um limite máximo de 50 iterações ao contador de iterações, para o problema geral e 50 iterações para o subproblema de barreira e uma tolerância mínima de  $10^{-4}$  (erro do problema de PNL escalado (Wächter e Biegler, 2006)). Os resultados numéricos foram obtidos utilizando o mesmo computador apresentado no Cap. B.4.

A Tabela B.10 mostra um resumo dos principais dados do problema. Onde  $nx$  é o número de todas as variáveis do problema e  $n_xlu$  é o número de variáveis canalizadas do problema,  $ng$  é o número de restrições de igualdade,  $nh$  é o número de restrições de desigualdade. Também é mostrado o número de iterações do problema geral (Geral), do subproblema de barreira logarítmica (SBL) e da técnica de região de garantia (TRG). Como a técnica de região de garantia faz parte do subproblema de barreira

logarítmica, o número de iterações de TRG tem o intuito de mostrar quantos passos de região de garantia foram dados dentro do subproblema de barreira logarítmica.

**Tabela B.10: Resumo das Características de Otimização**

Sistemas	$nx$	$nxlu$	$ng$	$nh$	número de iterações		
					Geral	SBL	TRG
IEEE14	33	5	19	54	4	11	0
IEEE30	64	4	49	88	3	10	0
ENGL39	78	0	67	98	4	10	1
IEEE118	245	9	169	386	4	11	2
IEEE300	650	50	518	862	4	26	1
PERU460	1054	134	244	1338	4	18	2

As Figuras B.12 e B.13 mostram a trajetória da função objetivo e da convergência de cada sistema testado, respectivamente. A Figura B.13 mostra a evolução dos critérios de convergências utilizados, como os erros primal e dual e o gap de complementaridade.

O algoritmo apresentado neste capítulo se mostrou eficiente para resolver o problema de FPOR e apesar de possuir uma estrutura mais complexa que um algoritmo de MPI primal-dual, não apresenta um custo computacional elevado além de assegurar uma convergência global do problema, isto também pode ser observado nos resultados do Cap. B.4. Este algoritmo pode ser facilmente implementado pois é uma extensão do algoritmo de MPI primal-dual.

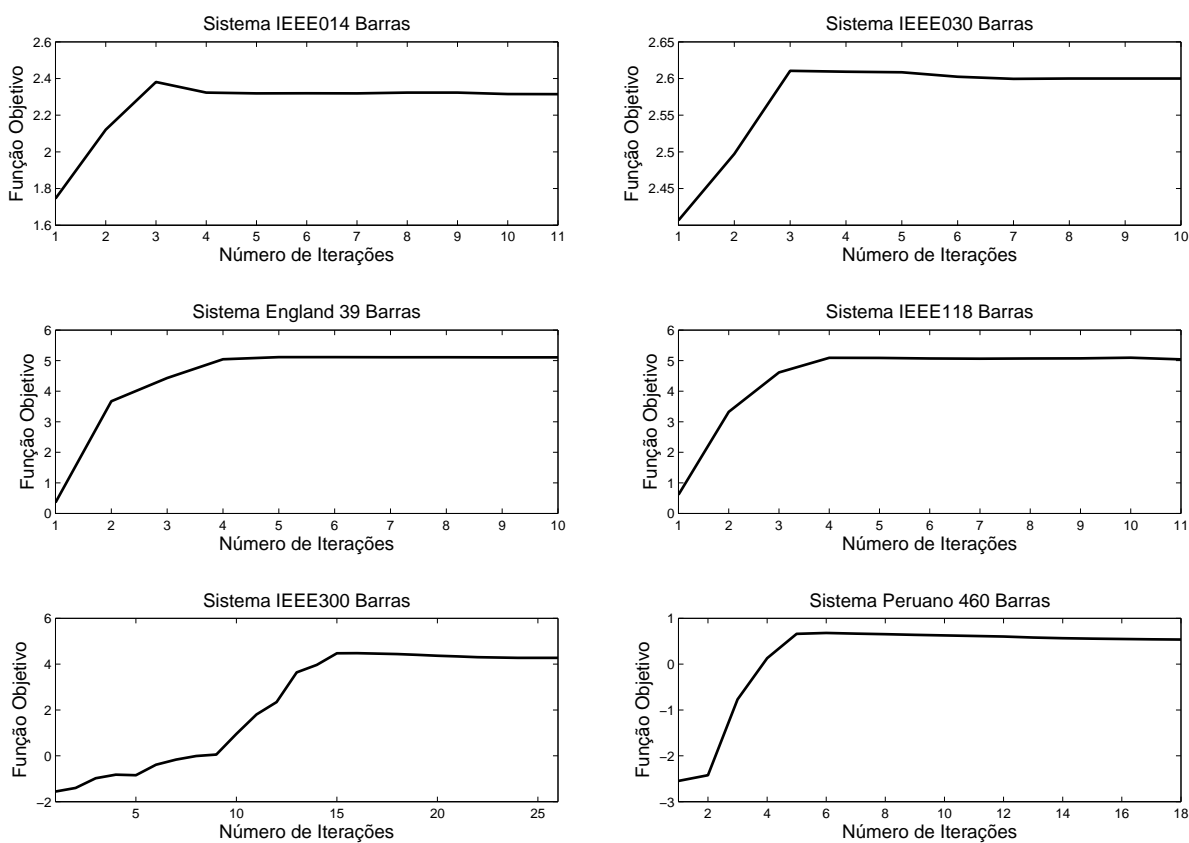


Figura B.12: Trajetória de Convergência da Função Objetivo

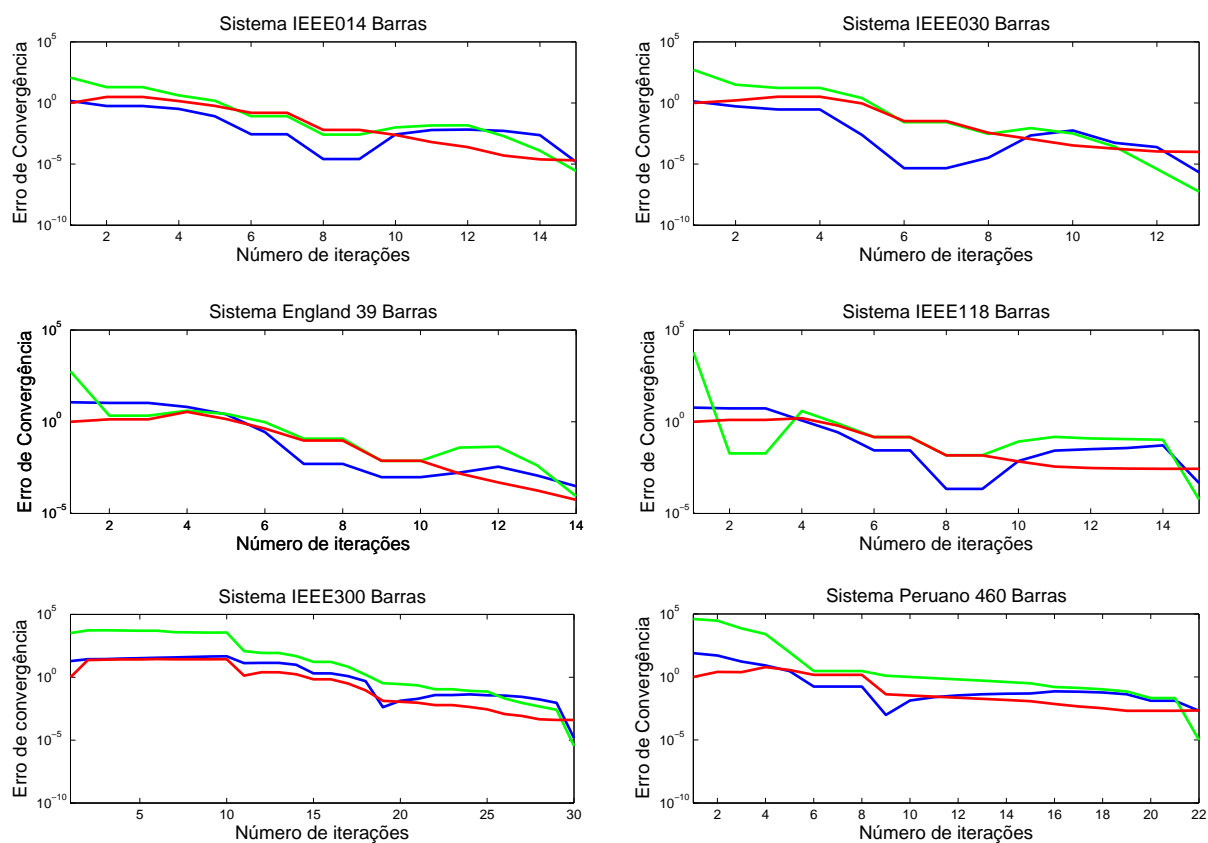


Figura B.13: Trajetória de Convergência